

*Multivariates Zeitreihenmodell des aggregierten elektrischen  
Leistungsbedarfes von Standardverbrauchern für die  
probabilistische Lastflussberechnung*

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von  
Dipl.-Ing. Enno Wieben  
aus Sande

genehmigt von der Fakultät für Energie- und Wirtschaftswissenschaften  
der Technischen Universität Clausthal,

Tag der mündlichen Prüfung  
12. Juni 2008

Vorsitzender der Promotionskommission

Prof. Dr.-Ing. O. Langenfeld

Hauptberichterstatter

Prof. Dr.-Ing. H.-P. Beck

Berichterstatter

Prof. Dr.-Ing. M. Kurrat

Die vorliegende Arbeit entstand in der Zeit von Mai 2002 bis Januar 2007, während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Labor für Elektrische Energieversorgung der Fachhochschule Oldenburg/Ostfriesland/Wilhelmshaven am Standort Wilhelmshaven in Zusammenarbeit mit dem Institut für Elektrische Energietechnik der Technischen Universität Clausthal. Die redaktionelle Überarbeitung fand anschließend neben meiner Tätigkeit als Netzplanungsingenieur bei der EWE NETZ GmbH statt.

## **Danksagung**

Herrn Prof. Dr.-Ing. H.-P. Beck danke ich für die vielfältige Unterstützung dieser Arbeit und für die Übernahme des Referates.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Michael Kurrat bedanke ich mich für die Übernahme des Koreferates und für die wertvollen Diskussionen und Hinweise.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. V. Diedrichs als Laborleiter während meiner Tätigkeit an der Fachhochschule Oldenburg/Ostfriesland/Wilhelmshaven möchte ich mich in ganz besonderer Weise für die persönliche Unterstützung und intensive fachliche Begleitung meines Promotionsvorhabens bedanken. Seine ausgeprägte Bereitschaft zur Förderung von Mitarbeitern hat diese Arbeit erst möglich gemacht.

Bei allen Mitarbeitern des Labors, den Kollegen und Studenten, die mich bei dieser Arbeit unterstützt haben, möchte ich mich bedanken. Insbesondere die vielen Diskussionen und die tolle Unterstützung bei der Hardwareentwicklung durch Herrn Lorenzen haben einen wichtigen Beitrag zum Gelingen der Arbeit geliefert.

Nicht zuletzt gilt mein besonderer Dank meiner Lebensgefährtin Tanja für ihre liebevolle Geduld, Unterstützung und Motivation sowie meiner Familie, deren Rückhalt und Unterstützung ich mir stets gewiss sein durfte.

## INHALTSVERZEICHNIS

1	Problemanalyse und Zielstellung.....	1
1.1	Problemstellung .....	1
1.2	Anforderungsspezifikation mittels praxisrelevanter Typfälle .....	5
1.2.1	Typ 1: Beurteilung der Spannungshaltung .....	5
1.2.2	Typ 2: Thermische Auslastung von Betriebsmitteln .....	8
1.2.3	Typ 3: Häufigkeit von Stelleingriffen.....	13
1.3	Historie und Konzepte der probabilistischen Lastflussberechnung.....	15
1.3.1	Lastflussberechnung .....	15
1.3.2	Übersicht über erweiterte Ansätze .....	16
1.3.3	Konzept 1: Monte-Carlo Verfahren .....	17
1.3.4	Konzept 2: Verfahren mit normalverteilten Zufallsvariablen.....	18
1.3.5	Konzept 3: Faltungsverfahren mit Zufallsvariablen .....	19
1.3.6	Konzept 4: Auf Zufallsprozessen basierende Verfahren .....	22
1.4	Schlussfolgerungen und Zieldefinition .....	24
2	Datenbasis.....	26
2.1	Charakterisierung der Messdaten.....	26
2.2	Aufbereitung der Messdaten .....	27
3	Modellbildung.....	30
3.1	Paradigma der Modellbildung .....	30
3.2	Trendmodell .....	35
3.2.1	Trendindikation.....	35
3.2.2	Trendabspaltung und Restsignalbildung.....	40
3.2.3	Erweiterung des Trendmodells für fragmentarische Messreihensätze ...	41
3.2.4	Diskussion des Trendmodells .....	43
3.3	Prozessmodell .....	46
3.3.1	Test des Restsignals auf Weißes Rauschen .....	46
3.3.2	Stationarität des Restsignals .....	48
3.3.3	Yule-Walker-Schätzer [2].....	51
3.3.4	Stationäre multivariate Prozesse .....	52
3.3.5	Yule-Walker-Schätzer für das VAR-Modell [3] .....	54
3.3.6	Stationarität des VAR-Modells [3] .....	55
3.4	Erweiterung des Prozessmodells für fragmentarische Messreihensätze.....	56
3.4.1	Konzept zur synthetischen Erweiterung von Kovarianzmatrizen.....	56

3.4.2	Eigenschaften von Kovarianzmatrizen.....	60
3.4.3	Konvergenz bei synthetischer Erweiterung von Kovarianzmatrizen .....	61
3.4.4	Bewertung einer synthetischen Erweiterung von Kovarianzmatrizen ....	63
3.4.5	Eignungen verschiedener Repräsentationen der komplexen Leistung....	64
3.4.6	Phasenspektrum zwischen Wirk- und Blindleistung.....	64
3.4.7	Empfindlichkeit des Phasenwinkels .....	69
3.4.8	Empfindlichkeit der Blindleistung .....	71
3.4.9	Bewertung der Untersuchungsergebnisse zur Empfindlichkeit .....	73
4	Zeitreihensynthese und Approximationsgenauigkeit .....	74
4.1	Synthese von Zeitreihen .....	74
4.2	Approximationsgenauigkeit bei vollständigem Messreihensatz .....	75
4.3	Abweichungsmaße und Abweichungen zwischen Original und Synthese ....	76
4.4	Bewertung .....	78
4.5	Approximationsgenauigkeit bei fragmentarischem Messreihensatz.....	79
4.6	Detaildarstellung der Bewertungsmethodik .....	79
4.7	Systematische Analyse der verwertbaren Datenbasis .....	85
4.7.1	Vergleiche vom Typ $n=5$ und $m=4$ .....	85
4.7.2	Vergleiche vom Typ $n=4$ und $m=3$ .....	86
4.7.3	Vergleiche vom Typ $n=3$ und $m=2$ .....	87
4.8	Bewertung .....	88
5	Plausibilisierung des Konzeptes zur probabilistischen Lastflussberechnung .....	89
5.1	Plausibilisierungsansatz .....	89
5.2	Grundidee der experimentellen Plausibilisierung .....	91
5.3	Die Experimentalplattform.....	94
5.4	Entwurf der Experimente .....	99
5.4.1	Zu prüfende Modellhypothesen .....	99
5.4.2	Differenzen zwischen Lastflussmodell und Realsystem.....	99
5.4.3	Dimensionierung des physikalischen Modellnetzes .....	103
5.4.4	Definition der verwendeten Abweichungsmaße .....	104
5.4.5	Parametrierung des HVAR-Lastmodells.....	106
5.5	Experiment 1: Abschätzung der relativen Genauigkeit des Lastmodells.....	107
5.5.1	Ablauf des Experimentes .....	107
5.5.2	Prinzipschaltung des Modellnetzes .....	108
5.5.3	Messungen mit Original- gegen erwartungstreuen HVAR-Prozess .....	109

5.5.4	Messungen gegen Rechnung mit erwartungstreuem HVAR-Prozess ..	111
5.5.5	Originalprozessmessung gegen PLF mit erwartungstreuem HVAR-Prozess	113
5.5.6	Gesamtübersicht und Bewertung des Experiments .....	115
5.6	Experiment 2: Abschätzung des Fehlers einer Modellierung messtechnisch nicht erfasster Knotenleistungen durch erwartungstreue Lastprozesse .....	116
5.6.1	Ablauf des Experimentes .....	116
5.6.2	Prinzipschaltung des Modellnetzes.....	117
5.6.3	Originalprozessmessung gegen PLF mit individuellem Prozess.....	118
5.6.4	Originalprozessmessung gegen PLF mit erwartungstreuem Prozess ...	120
5.6.5	Gesamtübersicht und Bewertung des Experiments .....	122
5.7	Experiment 3: Abschätzung der relativen Modellgenauigkeit bei kombinierter Last-Windleistung.....	123
5.7.1	Beschreibung des verwendeten Windmodells [46] .....	123
5.7.2	Ablauf des Experimentes .....	125
5.7.3	Prinzipschaltung des Modellnetzes.....	126
5.7.4	Originalprozessmessung gegen PLF mit individuellem Prozess.....	127
5.7.5	Originalprozessmessung gegen PLF mit erwartungstreuem Prozess ...	129
5.7.6	Gesamtübersicht und Bewertung des Experiments .....	131
5.8	Diskussion der Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen.....	132
6	Anwendungsmethodik und -nützlichkeit der Modellbildung am Beispiel .....	134
6.1	Belastbarkeit von Öltransformatoren [7, 10, 11] .....	134
6.2	Szenario .....	136
6.3	Ergebnisse einer Temperaturberechnung gemäß VDE-Norm .....	138
6.4	Beurteilung der Nützlichkeit.....	139
7	Zusammenfassung .....	140
8	Formelverzeichnis.....	142
9	Liste der verwendeten Abkürzungen .....	143
10	Literaturverzeichnis .....	144
Anhang A	Konvergenzverhalten erwartungstreu besetzter Matrizen .....	148
Anhang B	Approximationsgüte des VAR-Modells zur Restsignalnachbildung	162
Anhang C	Approximationsgüte des vollständigen HVAR-Modells.....	168





## 1 Problemanalyse und Zielstellung

### 1.1 Problemstellung

Kernaufgaben im Rahmen des Gesamtverfahrens bei der Planung elektrischer Energieversorgungssysteme bestehen in der Beurteilung der Auslastung und der Dimensionierung von Betriebsmitteln. Die wohl wichtigste Grundlage bildet dabei die Prognose zu erwartender Betriebsmittelbelastungen. Der Prognosehorizont richtet sich nach der (Rest-) Lebensdauer der betrachteten Betriebsmittel und kann beispielsweise für Transformatoren mehr als 60 Jahre betragen.

Während für den Netzbetrieb, mit einem Planungshorizont von etwa 72 Stunden, Prognosen durch Modelle zur Zeitreihenfortschreibung erstellt werden, ist dies für den Planungshorizont der Netzplanung nicht möglich.

International übliche Praxis in der Netzplanung bildet deshalb der so genannte „Contingency Approach“ (im Folgenden kurz CA genannt), d.h. die Systemdimensionierung für den technisch ungünstigsten Fall in einem Möglichkeitsfeld. Letzteres wird durch vereinbarte oder historisch entstandene Grundprinzipien von weiteren Denkbarekeiten abgegrenzt.

Für die Prognose dieses Eventualfalles werden in der Vergangenheit beobachtete Extremwerte von Knotenleistungen und Betriebsmittelbelastungen zugrunde gelegt. Die nachfolgende Abbildung verdeutlicht das Prinzip:

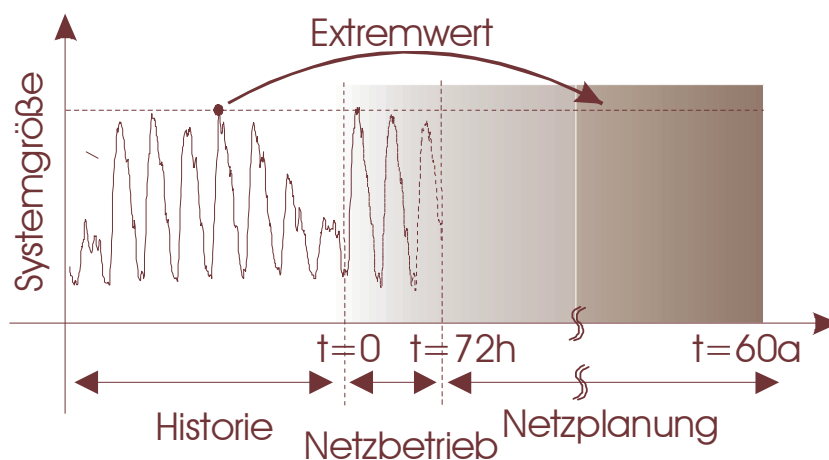


Abb. 1-1 Zeithorizonte der Netzplanung und Grundprinzip der Fortschreibung von Extremwerten

Empirische Grundlage bilden dabei beispielsweise Schleppzeigerwerte für Betriebsmittelströme, wie sie häufig in Ortsnetzstationen erfasst werden. Zur Ermittlung möglicher Worst-Case-Kombinationen unterschiedlicher Knotenleistungen werden die dazugehörigen Schleppzeigerwerte mit so genannten Gleichzeitigkeitsfaktoren multipliziert. Die Gleichzeitigkeit ist dabei ein empirisches Maß für das Korrelationsverhalten der Knotenleistungen. Die Quantifizierung der Gleichzeitigkeitsfaktoren basiert in der Praxis sowohl auf messwertbasierten sowie in unternehmensspezifischen Planungsgrundlagen dokumentierten Tabellenwerten, als auch auf Erfahrungswerten des Netzplaners.

Das heutige Standardwerkzeug zur numerischen Berechnung eines elektrischen Energiesystems auf Basis der so ermittelten Knotenleistungskombinationen ist die rechnergestützte stationäre Netzberechnung (Lastflussberechnung).

Eine Aussage über die zu erwartende Dauer und Häufigkeit - und damit der Wahrscheinlichkeit – der so prognostizierten Maximalbelastungen, ist mit diesem Verfahren prinzipiell nicht möglich. Eine Risikoquantifizierung entspricht allerdings auch nicht der Philosophie des CA.

Der CA ist ein seit Jahrzehnten bewährter Ansatz, der ein hohes Maß an Versorgungssicherheit und die sichere Einhaltung der einschlägigen Normen, wie beispielsweise der EN 50160<sup>1</sup>, gewährleistet. Der damit verbundene hohe Versorgungsstandard ist allerdings mit entsprechend hohen Investitionskosten verbunden. Diese scheinen dann gerechtfertigt, wenn entweder die gesetzlichen Rahmenbedingungen ein Abweichen vom CA nicht zulassen, oder die gegebenen Marktstrukturen keinen „Anreiz“ für die Akzeptanz eines höheren technischen Risikos bieten. Die Liberalisierung des elektrischen Energiemarktes führt seit Jahren dazu, dass sich Netzbetreiber einem zunehmenden Kostendruck ausgesetzt sehen. Dies ist auf die resultierende Wettbewerbssituation und den Einfluss der staatlichen Regulierungsbehörden zurückzuführen.

Parallel zu den Marktstrukturen ändern sich auch technisch konstituierende Merkmale von Teilen der Energieversorgungssysteme. Zunehmend dezentrale Erzeugungsstrukturen verändern die Leistungsbilanzen, die Lastflussrichtungen und vor allem das

---

<sup>1</sup> Europäische Norm EN 50160: Merkmale der Spannung in öffentlichen Elektrizitätsversorgungsnetzen

Zeitverhalten der Lastflüsse. Dieser Trend wurde bereits 1995 [Unipede Studie ‚Likely trends in distribution systems‘] als einer derjenigen identifiziert, welcher zu wesentlichen technischen Konsequenzen führen würde.

Abbildung 1-2 zeigt beispielhaft die Veränderung der Wirkleistungsbilanz eines norddeutschen regionalen Netzbetreibers.

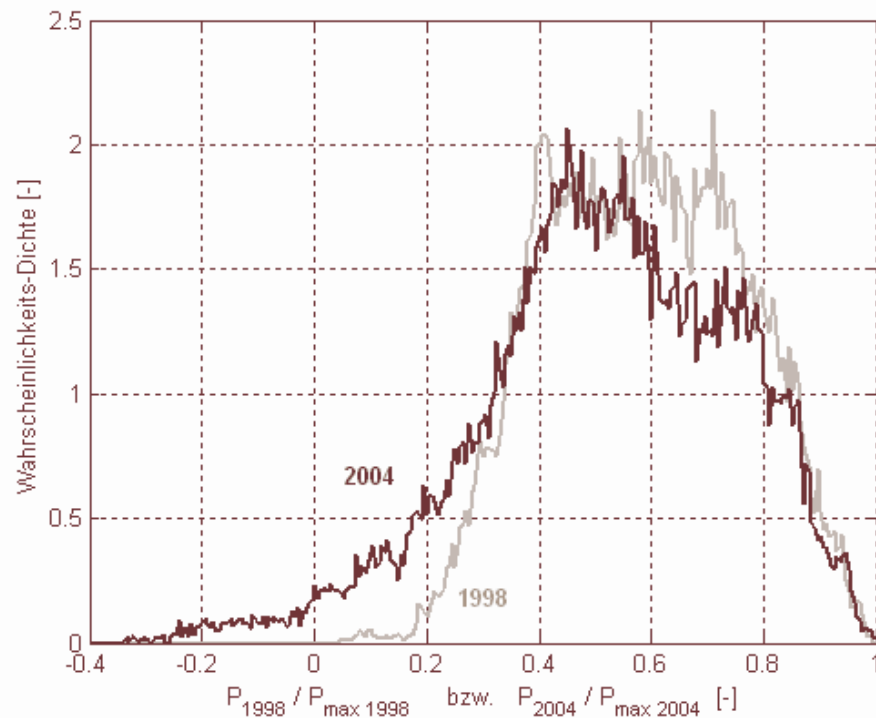


Abb. 1-2 Wirkleistungsbilanzen (kumulierter Leistungsaustausch über die 110kV / 20kV Umspannwerke) eines norddeutschen Verteilnetzbetreibers mit stark zunehmender Windleistung für die Jahre 1998 und 2004

Die installierte Windleistung hat dort temporär die kumulierte Abnahmeleistung bereits deutlich überschritten, so dass es vor allem in Schwachlastzeiten zu einer massiven Rückspeisung von Wirkleistung in die übergeordnete 110kV-Ebene kommt. Das Maximum der Rückspeisung erreichte in dieser Region im Jahre 2004 bereits ca. 35 % von der sog. Lastspitze. Die Dynamik dieser Veränderungen ist aus dem Vergleich mit dem Jahre 1998 besonders deutlich erkennbar. Diese Dynamik ist schwerwiegend, da Planungshorizonte von Energiesystemen mehrere Dekaden betragen. Damit ist festzustellen, dass der seitens der Unipede erwartete Trend in der Region dieses Netzbetreibers bereits eingetreten ist und die daraus folgenden technischen Konsequenzen und Herausforderungen bereits praktische Relevanz besitzen.

In Regionen mit hoher Windleistung verursacht das fluktuierende Windangebot zusätzlich zu der in Abbildung 1-2 dargestellten Bilanzproblematik ein zunehmend stochastisches Zeitverhalten der Lastflüsse über die beteiligten Systemkomponenten. Dies führt zu einer wachsenden Unsicherheit bei der Prognose von Systemzuständen, da für Verbraucherlasten geltende Lastprofile und Gleichzeitigkeitsfaktoren nicht übertragbar sind. In der Gesamtwirkung aus veränderten Marktstrukturen und massiver dezentraler Energieerzeugung in den Netzen entsteht folgerichtig das praktische Interesse an der expliziten Berücksichtigung des stochastischen Zeitverhaltens der Lastflüsse im Rahmen der Netzplanung.

Einen möglichen Ansatz zur Prognose von Systemzuständen bei stochastischer Systemumgebung bietet die probabilistische Lastflussberechnung (im Folgenden kurz PLF genannt). Der wesentliche Unterschied zum CA besteht darin, dass nicht singuläre Extremwerte, sondern statistische Eigenschaften der Systemumgebung in die Zukunft übertragen werden. Zielstellung ist die Quantifizierung der Wahrscheinlichkeiten künftiger Systemzustände sowie deren Dauer.

Häufiger publizierte Verfahren zur PLF basieren dabei auf der Fortschreibung der kombinierten Wahrscheinlichkeitsdichte der Knotenleistungen des zu berechnenden Systems [13-34, 38-44]. Das im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Modell basiert auf einem erweiterten Verfahren, welches neben dem Verteilungsverhalten auch die zeitlichen Eigenschaften der Knotenleistungen in Form von Vektorzeitreihen fortschreibt. Dadurch werden neben Aussagen zur Häufigkeit auch Aussagen über die zu erwartende Dauer von Systemzuständen möglich. Grundvoraussetzung ist die Verfügbarkeit geeigneter Synthesemethoden für Knotenleistungsprozesse. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein entsprechendes Modell für das Lastverhalten aggregierter Standardverbraucher vorgestellt.

## 1.2 Anforderungsspezifikation mittels praxisrelevanter Typfälle

In diesem Abschnitt werden drei Typfälle praxisrelevanter Fragestellungen der Netzplanung dargestellt, die mit dem CA derzeit nicht beantwortet werden können. Schwerpunkt der vor allem qualitativen Darstellungen ist die Extraktion derjenigen praxisrelevanten Aspekte, die als Orientierung für die Bewertung von in der Literatur dargestellten Konzepten zur PLF (vgl. Abschnitt 1.3) dienen können.

### 1.2.1 Typ 1: Beurteilung der Spannungshaltung

Für Mittelspannungsnetze sind die Anforderungen an die Spannungshaltung durch die europäische Norm EN 50160 unter Abschnitt 3.3 wie folgt geregelt:

*„Unter normalen Betriebsbedingungen ohne Berücksichtigung von Versorgungsunterbrechungen haben 95 % der 10-Minuten-Mittelwerte des Effektivwertes der Versorgungsspannung jedes Wochenintervalls innerhalb des Bereiches  $U_C \pm 10\%$  zu liegen.“*

Die Norm bietet mit dem beschriebenen 0,95-Quantil je Wochenintervall einen technischen Spielraum zur Ausgestaltung der unvermeidlichen Spannungsvarianz in Netzen.

Betrachtet man eine Knotenspannung als stetige Zufallsvariable, so kann sie entsprechend der folgenden Prinzipdarstellung als Zeitfunktion  $U_{\text{eff}}(t)$  mit dazugehöriger Wahrscheinlichkeitsdichte (kurz Dichte)  $f(U_{\text{eff}})$  dargestellt werden.

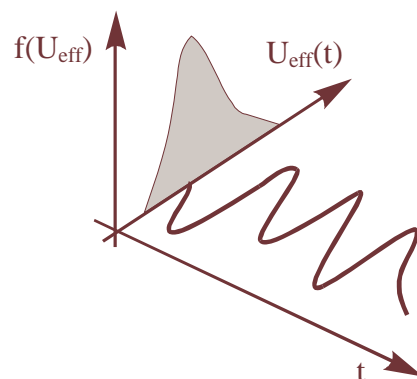


Abb. 1-3 Zeitverlauf des Effektivwertes einer Knotenspannung  $U_{\text{eff}}(t)$  mit dazugehöriger Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $f(U_{\text{eff}})$

Die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ausprägungen einer stetigen Zufallsvariablen können – im Gegensatz zum diskreten Fall – nicht angegeben werden (die Wahrscheinlichkeiten für eine einzelne Ausprägung ist Null). Es lassen sich nur Wahrscheinlichkeiten für Werte angeben, die innerhalb eines *Intervalls* einer Funktion  $f(x)$ , der Dichtefunktion, liegen. (Eine bekannte Funktion dieser Art ist die Normalverteilung). Die Wahrscheinlichkeitsdichte einer Knotenspannung  $U_{\text{eff}}$  wird deshalb allgemein definiert als das Integral über ihre Dichtefunktion  $f(U_{\text{eff}})$  mit den Intervallgrenzen  $a$  und  $b$ :

$$P(a \leq U \leq b) = \int_a^b f(U_{\text{eff}}) dU_{\text{eff}} \quad (1-1)$$

Aus der Dichte  $f(U_{\text{eff}})$  bestimmt sich entsprechend die Verteilungsfunktion  $P_U$  zu

$$P_U(U_{\text{eff}}) = \int_0^U f(U_{\text{eff}}) dU_{\text{eff}} \quad (1-2)$$

Eine sehr anschauliche Möglichkeit zur Darstellung der normenkonformen Anforderungen an die Spannungshaltung stellt das Komplement der Verteilungsfunktion dar:

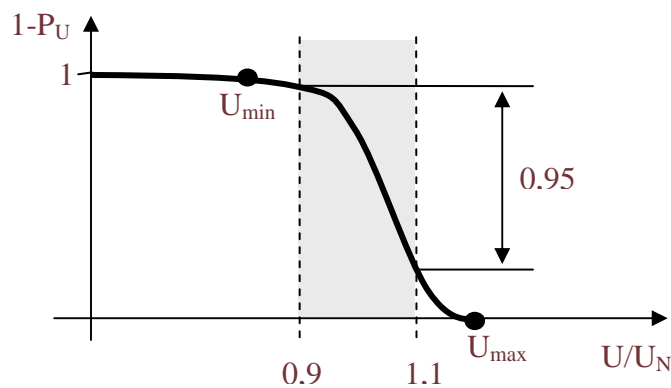


Abb. 1-4 Beispielhaftes Komplement der Verteilungsfunktion  $P_U$  einer Knotenspannung  $U$  für den Zustand des Netznormalbetriebes mit nach Norm EN 50160 zulässigem Tolleranzband sowie Extremwerten nach CA

Im Rahmen der Worst-Case-Annahmen des CA werden ausschließlich Minimal- und Maximalwert der Spannung bestimmt (in Abbildung 1-4 durch Punkte gekennzeichnet). Das Komplement der Verteilungsfunktion nimmt für diese die Werte 1 und 0 an. Der CA liefert damit lediglich eine Information darüber, ob eine Verletzung des in der Norm definierten Spannungstoleranzbandes zu erwarten ist, nicht aber über die Häufigkeit der

Verletzung. Aus diesem Grunde ist nicht beurteilbar, ob die o.g. Forderung der Norm erfüllt wird oder nicht. Letzteres bedeutet, dass der Spielraum zur Ausgestaltung der unvermeidlichen Spannungsvarianz in Netzen mittels des CA nicht ausschöpfbar ist.

Um eine der Norm entsprechende Aussage über das 0,95-Quantil treffen zu können, ergeben sich folgende Anforderungen an den Ansatz:

- Vermeidung der Verwendung eingeschränkt gültiger Netzgleichungen, da eine Beurteilung des Spannungsverhaltens an den Grenzen des Toleranzbandes nach Norm EN 50160 gefordert wird.
- Berücksichtigung des Häufigkeits- sowie des Autokorrelationsverhaltens der Knotenwirk- und Blindleistungen  $\underline{S}_i = P_i + jQ_i$  ( $i=1, \dots, n$ ).
- Berücksichtigung des Kreuzkorrelationsverhaltens zwischen den Knotenleistungen  $\underline{S}_i$  und  $\underline{S}_j$  ( $i, j=1, \dots, n$ ), da die Spannung von jedem der  $n$  Netzknoten  $\underline{U}_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) gemäß der Netzgleichungen (vgl. Gleichung 1-7) algebraisch von allen Knotenleistungen  $\underline{S}_j$  ( $j=1, \dots, n$ ) abhängig ist.

### 1.2.2 Typ 2: Thermische Auslastung von Betriebsmitteln

Neben der Spannungsfestigkeit, stellt die thermische Belastbarkeit von Betriebsmitteln ein zentrales Kriterium für die Dimensionierung elektrischer Energiesysteme dar. Die thermische Auslastung eines Betriebsmittels (die auftretende Temperatur im Vergleich zur zulässigen Temperatur, vor allem der Dielektrika) wird durch den zeitlichen Verlauf der in ihm auftretenden Verlustleistungen, die Temperatur der Umgebung sowie seine thermischen Eigenschaften bestimmt. Neben der Höhe der Verlustleistungen, ist dabei vor allem die Dauer der Belastungszustände maßgebend. Zielstellung der Netzplanung im Rahmen des CA ist es, das Auftreten unzulässiger Betriebsmitteltemperaturen (nicht absolut sondern im Rahmen o.g. Grundprinzipien der Netzplanung) auszuschließen, da davon ausgegangen wird, dass diese den Alterungsprozess unzulässig beschleunigen oder im Extremfall zum Ausfall des Betriebsmittels führen können.

Das Temperaturverhalten elektrotechnischer Betriebsmittel kann vereinfacht als das eines homogenen Ersatzkörpers mit konstanter Wärmekapazität  $C$  und konstantem (Wärmeübergang und Konvektion, Wärmeleitung und –strahlung zusammenfassenden) Wärmeleitwert  $A$  zur Umgebung betrachtet. Abbildung 1-5 zeigt das elektrische Ersatzschaltbild.

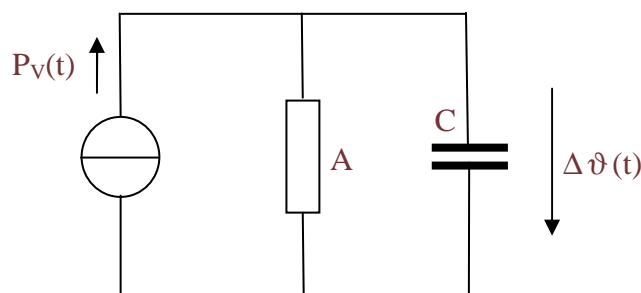


Abb. 1-5 Ersatzschaltbild des Einkörpermodells

Dieses Modell erlaubt die Begründung der prinzipiellen Anforderungen an die Modellbildung für (Belastungs-) Lastzeitreihen infolge seiner strukturellen Fähigkeit zur Abbildung der Grundeigenschaften der Temperaturdynamik.

Werden, im Sinne des vorgenannten extrem Ansatzes, Magnetisierungs- und Wirbelströme sowie Effekte in dielektrischen und magnetischen Kreisen vernachlässigt, sind die bei der Energieübertragung entstehenden Verlustleistungen  $P_V(t)$  innerhalb



elektrischer Betriebsmittel nur noch vom Effektivwertzeitverlauf des Betriebsmittelstromes, seiner sog. zeitlichen Belastung, abhängig.

Für die Temperaturdifferenz  $\Delta \vartheta$  zwischen Ersatzkörper und Umgebung gilt dann die folgende Differentialgleichung in der üblichen Notation:

$$\tau \frac{\Delta \vartheta(t)}{dt} + \Delta \vartheta(t) = \Delta \vartheta_E(t) \quad \text{mit } \tau = C/A \text{ und } \Delta \vartheta_E(t) = P_V(t)/A \quad (1-3)$$

Dabei ist  $\Delta \vartheta_E$  die Endübertemperatur, d.h. die Temperaturdifferenz im stationären Zustand des Systems.

Belastungen energietechnischer Betriebsmittel sind häufig durch eine ausgeprägte Zeitvarianz gekennzeichnet. Um dies vereinfachend zu berücksichtigen wird die in Abbildung 1-6 dargestellte Musterfunktion einer Verlustleistung  $P_V(t)$  (z.B. infolge eines äquidistanten Schaltspiels Ein/Aus bei konstanter Belastung) betrachtet.

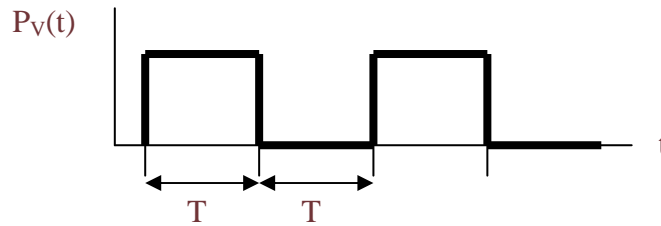


Abb. 1-6 Musterfunktion für ein extrem vereinfachtes Verlustleistungs-Zeitverhalten energietechnischer Betriebsmittel bei Leistungsübertragung

Für den Fall periodischen Temperaturverhaltens (sog. eingeschwungene thermische Verhältnisse oder stationäres Temperaturspiel) gilt dann die Randbedingung

$$\Delta \vartheta(t + 2T) = \Delta \vartheta(t) \quad (1-4)$$

Aus der Lösung der Differentialgleichung 1-3 für diese Anfangsbedingung folgt für die Differenz zwischen sog. End- und maximaler Übertemperatur  $\Delta \vartheta_E - \Delta \vartheta_{\max}$ :

$$\Delta \vartheta_E - \Delta \vartheta_{\max} = \Delta \vartheta_E \left( 1 - \frac{e^{-T/\tau} - e^{-2T/\tau}}{1 - e^{-2T/\tau}} \right) e^{-T/\tau} \quad (1-5)$$

Abbildung 1-7 skizziert den sich einstellenden Zeitverlauf der Betriebsmittel-  
 übertemperatur  $\Delta \vartheta(t)$  und die resultierende Temperaturdifferenz  $\Delta \vartheta_E - \Delta \vartheta_{\max}$ .

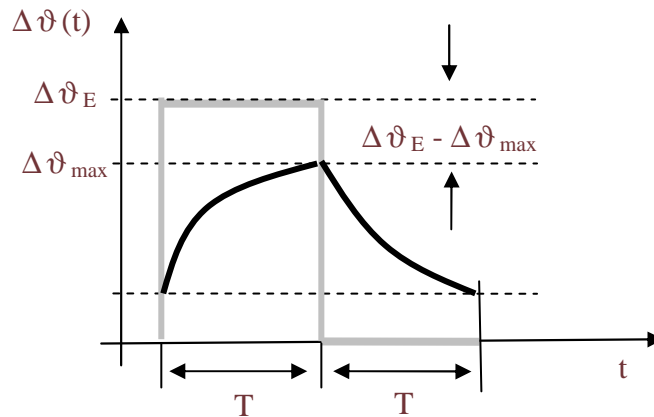


Abb. 1-7 Musterfunktion für ein vereinfachtes Verlustleistungs-Zeitverhalten und resultierender Zeitverlauf der Betriebsmittelübertemperatur  $\Delta \vartheta(t)$

Da im Rahmen des CA die Belastungs- und Temperaturzeitverläufe nicht bekannt sind, wird für die zu berechnenden Belastungszustände grundsätzlich von der Endübertemperatur  $\Delta \vartheta_E$  ausgegangen. Konsequenz dieser Nichtberücksichtigung der Temperaturdynamik ist bekanntermaßen eine systematische Überschätzung der Temperatur der Betriebsmittel (bei Erwärmungs-) bzw. Unterschätzung (bei Abkühlungsvorgängen). Die durch die Überschätzung entstehende sog. ‚thermische Reserve‘ bei der Auslegung bzw. Beurteilung der Auslastung wird im Rahmen des CA konzeptgemäß in Kauf genommen (im Sinne einer ‚stillen‘, meist nicht quantifizierten Reserve).

Die vorgenannte Differenz  $\Delta \vartheta_E - \Delta \vartheta_{\max}$  bzgl. der Beurteilung der Temperatur von Betriebsmitteln bei Erwärmungsvorgängen wird gemäß Gleichung 1-5 um so größer, je kleiner der Quotient aus Periodendauer  $T$  von Lastspielen und thermischer Zeitkonstante  $\tau$  der Betriebsmittel wird (Abbildung 1-8 stellt hierzu die Abhängigkeit normiert dar).

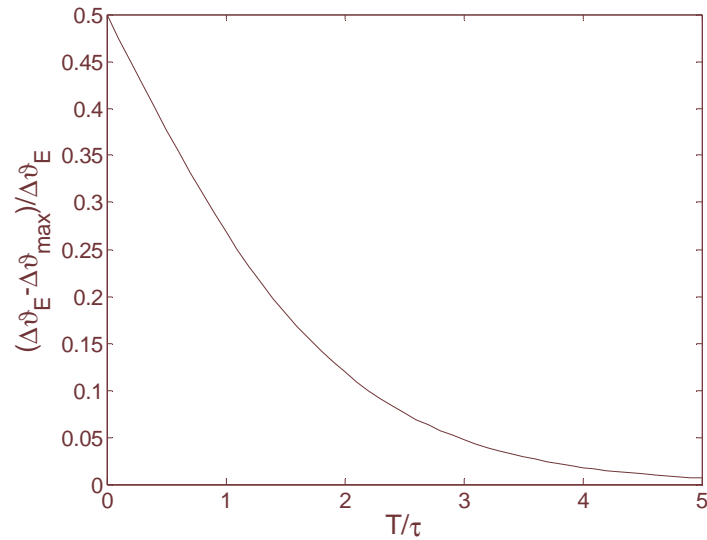


Abb. 1-8 Normierte Darstellung des Funktionsverlaufes von Gleichung 1-5

Daraus folgt, dass bei entsprechend des CA ausgelegten Energiesystemen vor allem folgende Merkmale ‚Reserven‘ begründen können:

- starke und permanente Zeitvarianz der Lastflüsse
- Betriebsmittel mit großen thermischen Zeitkonstanten

Eine kalkulierbare Erschließung der vorgenannten und an sich bekannten thermischen Reserven im Rahmen erweiterter Ansätze zur Netzplanung ist nur dann möglich, wenn die Chronologie der Betriebsmittelbelastung ex-ante berücksichtigt werden kann. Das erfordert die Verwendung von Modellen für Lasten und Einspeisungen, welche neben der Abbildung des

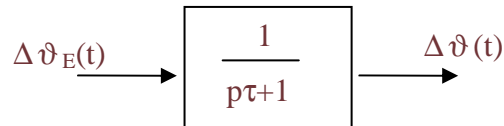
- Häufigkeits- und Korrelationsverhaltens der Knotenleistungen  $\underline{S}_i$  ( $i=1,\dots,n$ )
- Korrelationsverhaltens zwischen  $\underline{S}_i$  und  $\underline{S}_j$  ( $i,j=1,\dots,n$ )

(analog zu Abschnitt 1.2.1) zusätzlich das

- Auto- und Kreuzkovarianzverhalten aller Knotenleistungen  $\underline{S}_i = P_i + jQ_i$  ( $i=1,\dots,n$ )
- Kreuzkovarianzverhalten zwischen  $\underline{S}_i$  und  $\underline{S}_j$  ( $i,j=1,\dots,n$ )

abbilden.

Der notwendige zeitliche Horizont für die Abbildung des Kovarianzverhaltens durch die Modelle kann aus den Übertragungseigenschaften von Systemen 1.Ordnung (Gleichung 1-3 beschreibt ein solches) abgeleitet werden. Das Ausgangssignal (hier Temperatur  $\Delta \vartheta$ ) ist aus dem Eingangssignal (hier verlustleistungsproportionale Endübertemperatur  $\Delta \vartheta_E$ ) aus der Faltung mit der Gewichtsfunktion  $g$  des Systems bestimmbar.



$$\Delta \vartheta(t) = \int_{-\infty}^t \Delta \vartheta_E(\rho) g(t-\rho) d\rho \quad \text{mit} \quad g(t-\rho) = 1 - e^{-(t-\rho)/\tau} \quad (1-6)$$

Aus der Gewichtsfunktion ist unmittelbar ablesbar, dass Vergangenheiten der die Endübertemperatur  $\Delta \vartheta_E$  bestimmenden Belastungen der Betriebsmittel bis zu einem Horizont von  $(t-\rho) = 3\tau \dots 5\tau$  einen relevanten Einfluss auf  $\Delta \vartheta(t)$  besitzen.

Aus den thermischen Zeitkonstanten  $\tau$  wesentlicher Betriebsmittel ist somit der erforderliche Zeithorizont für die Modellierung des Kovarianzverhaltens der Zeitreihen ableitbar. Tabelle 1-1 stellt diesen für die in der Netzplanung wesentlichsten Typen von Betriebsmitteln zusammen. Unterstellt wurde bei der Bestimmung des Zeithorizontes in Form des sog. Lag, dass die Impulsantwort eines durch Gleichung 1-6 beschreibbaren dynamischen Systems nach  $5\tau \dots 6\tau$  erfahrungsgemäß als verschwunden betrachtet werden darf. Daraus folgt als Anforderung an die Modellbildung, dass der sog. Lag der Kovarianzmodelle 15 – 20 Stunden erreichen sollte.

Tabelle 1-1 Größenordnung thermischer Zeitkonstanten wesentlicher Betriebsmittel und erforderlicher zeitlicher Lag

BETRIEBSMITTEL TYP	THERMISCHE ZEITKONSTANTE (GRÖßENORDNUNG)	ERFORDERLICHER ZEITLICHER LAG
Freileitungen	< 15 Minuten	1,5 Stunden
Kabel	< 120 Minuten	12 Stunden
Transformatoren	< 150 Minuten	15 Stunden

### 1.2.3 Typ 3: Häufigkeit von Stelleingriffen

Zum Zwecke der Spannungshaltung in Netzen werden Stelleingriffe, z.B. in Form der Veränderung von Übersetzungsverhältnissen von Transformatoren, routinemäßig (automatisiert) durchgeführt (Abbildung 1-9 zeigt die Prinzipschaltung). Die Lebensdauer der Stufensteller solcher Transformatoren, wie sie beispielsweise in Umspannwerken Verwendung finden, hängt unmittelbar von ihrer Stellhäufigkeit ab. Daraus resultiert im Rahmen von Netz- und Instandhaltungsplanungen ein praktisches Interesse an einer Erweiterung des CA.

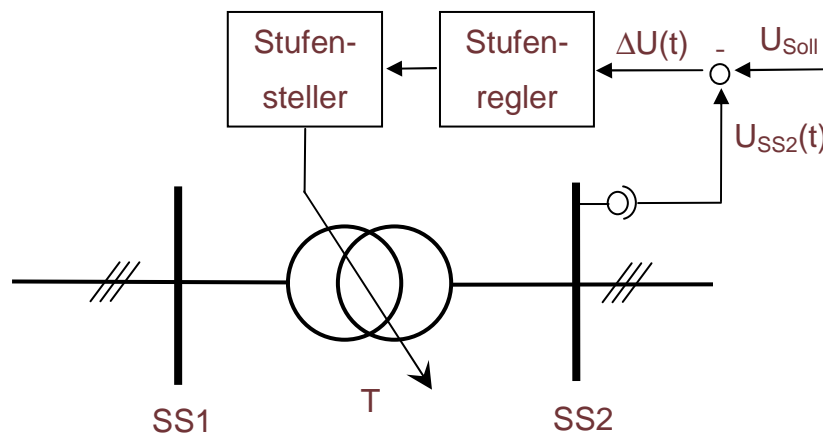


Abb. 1-9 Prinzipschaltung eines stufengeregelten Transformators

Die Häufigkeit der Stufenstellung hängt von dem zeitlichen Verlauf der Spannung  $U_{SS2}(t)$  an der unterspannungsseitigen Sammelschiene  $SS2$  ab. Der Stufenregler löst eine Stufenstellung aus, sobald die Regeldifferenz  $\Delta U(t)$  zwischen dem Spannungssollwert  $U_{Soll}$  und der Sammelschienen-Spannung  $U_{SS2}(t)$  einen im Stufenregler festgelegten Schwellwert  $U_S$  überschreitet. Entscheidend für die Häufigkeit des Ansprechens des Stufenreglers ist die Zeitdauer zwischen zwei Schwellwertüberschreitungen der Spannung  $U_{SS2}(t)$ .

Im Folgenden werden zwei synthetische Spannungszeitverläufe betrachtet, welche gleiches Häufigkeits-, aber unterschiedliches Chronologieverhalten besitzen.

Die Regelabweichung  $\Delta U(t)$  soll gleichverteilt oberhalb und unterhalb des Sollwertes  $U_{Soll}$  des Stufenreglers auftreten. Die Abbildung 1-10 zeigt zwei mögliche Realisierungen eines derartigen gleichverteilten Spannungszeitverlaufes.

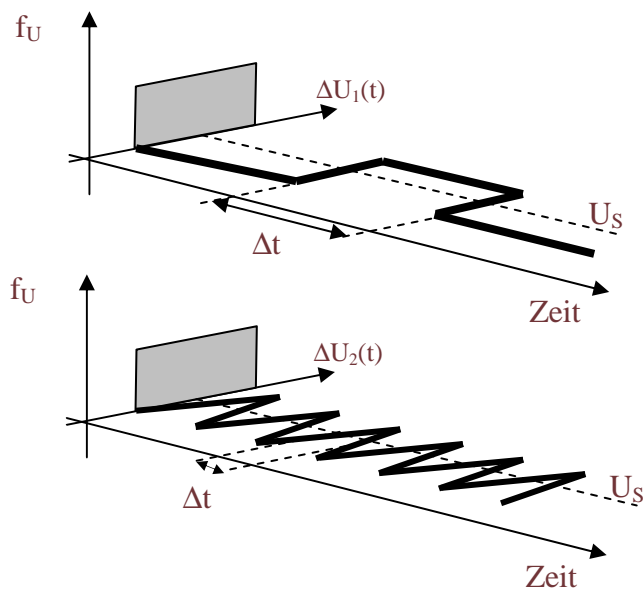


Abb. 1-10 Überschreitungsdauern  $\Delta t_1$  und  $\Delta t_2$  zweier gleichverteilter Spannungszeitfunktionen  $\Delta U_1(t)$  und  $\Delta U_2(t)$  bei gleicher Schwellwertspannung  $U_s$

Wird das Hysterese- und Verzögerungsverhalten des Stufenreglers vernachlässigt, würde im ersten Fall der Stufenregler nur zweimal einen Stufenwechsel auslösen, da die Schwellwertspannung  $U_s$  jeweils nur einmal über- und unterschritten wird. Im zweiten Fall würde er dagegen eine sechsfach höhere Stellhäufigkeit aufweisen, obwohl die Spannungszeitverläufe  $\Delta U_1(t)$  und  $\Delta U_2(t)$  ein identisches Verteilungsverhalten  $f_U$  aufweisen.

Der CA erlaubt keine entsprechende Aussage über die zu erwartende Häufigkeit von Systemzuständen, da das Verteilungsverhalten von Knotenleistungen dort nicht betrachtet wird. Aus dem vorgenannten Wirkprinzip des sog. Stufenreglers folgt, dass des weitem auch das Chronologieverhalten der Knotenleistungen von zentraler Bedeutung ist. Als Anforderung an die Modellbildung ist deshalb nicht nur die Berücksichtigung des Verteilungsverhaltens aller Knotenleistungen  $\underline{S}_i = P_i + jQ_i$  ( $i=1, \dots, n$ ), sondern vor allem auch des

- Auto- und Kreuzkovarianzverhalten aller Knotenleistungen  $\underline{S}_i = P_i + jQ_i$  ( $i=1, \dots, n$ )
- sowie des Kreuzkovarianzverhalten zwischen den  $\underline{S}_i$  und  $\underline{S}_j$  ( $i, j=1, \dots, n$ )

zu fordern.

### 1.3 Historie und Konzepte der probabilistischen Lastflussberechnung

#### 1.3.1 Lastflussberechnung

Das erste Rechenprogramm zur Leistungsflussberechnung (im Sprachgebrauch Lastflussberechnung genannt) wurde 1956 von Ward und Hale geschrieben. Die Lastflussberechnung beruht auf der Lösung der stationären Netzgleichungen [z.B. Notation nach 45]:

$$\underline{S}_i = P_i + iQ_i = \underline{U}_i \sum_{j=1}^n \underline{y}_{ij}^* \underline{U}_j \quad \text{mit } i = 1, \dots, n \quad (1-7)$$

Die bekannten Größen sind dabei die Wirkleistungen aller Knoten bis auf den Knoten der starren Netzeinspeisung („Slack“-Knoten), sowie entweder die abgenommenen Blindleistungen bei Verbraucher-knoten als sogenannte P-Q-Knoten oder die Knotenspannungen bei Generatoreinspeisungen als sogenannte P-U-Knoten. Der Slack-Knoten dient als Bilanzknoten zur Herstellung der Leistungsbilanz. Er wird entweder durch eine leistungsstarke Kraftwerkseinspeisung oder durch eine übergeordnete Fremdnetz-einspeisung gebildet.

Im Rahmen einer deterministischen Netzplanung (entsprechend dem CA) werden die Knotenleistungen mit manuell festgelegten Wertekombinationen belegt. Die Werte werden dabei üblicherweise für die folgenden Worst-Case Situationen festgelegt: Maximale Einspeiseleistung bei minimaler Verbraucherleistung und maximale Verbraucherleistung bei minimaler Einspeiseleistung. Für diese beiden Betriebszustände des Energiesystems erfolgt dann durch Lösung des Gleichungssystems die Bestimmung der Wirk- und Blindleistungsflüsse in allen Netzzweigen sowie der Netzverluste und der Blindleistungsbilanz. Knotenspannungen und Ströme über die Netzzweige ergeben sich hieraus entsprechend.

Da das zu lösende Gleichungssystem 1-7 nichtlinear ist, erfolgt die Lösung durch numerische Verfahren. Zum Einsatz kommen hier entweder das Stromiterationsverfahren (Knotenpunktverfahren) oder das Newton-Verfahren.

Die Lastflussberechnung wird generell unter der Annahme symmetrischer Knotenleistungen durchgeführt. Die Berechnung beschränkt sich dementsprechend auf das einphasige Ersatzschaltbild bzw. das Mitsystem der symmetrischen Komponenten.

### ***1.3.2 Übersicht über erweiterte Ansätze***

Erste Alternativansätze zur deterministischen Lastflussberechnung wurden 1974 unter anderem von Borkowska [20] und Allan [21] veröffentlicht. Zentrale Motivation war es, die häufig mit einer sehr hohen Unsicherheit belegten determinierten Werte für Knotenleistungen durch ihr Verteilungsverhalten zu beschreiben, um so eine Aussage über das Verteilungsverhalten der berechneten Systemgrößen zu erhalten. Da zur damaligen Zeit die Rechenleistung der verwendeten Großrechner noch sehr begrenzt war, wurde nach Verfahren gesucht, die eine direkte Berechnung auf Basis von Verteilungsfunktionen anstelle einer rechenintensiven Variation der Knotenleistungen erlauben.

Das Schrifttum zeigt, dass die PLF bislang offenbar nicht über den Bereich der Forschung hinausgelangt ist. Bis auf die Veröffentlichung [13] stammen alle gefundenen Literaturstellen aus dem Bereich der Hochschul- oder Institutsforschung. Derzeit bietet kein kommerziell verfügbares Netzberechnungsprogramm geeignete Möglichkeiten zur Berücksichtigung der statistischen Eigenschaften von Knotenleistungen [41]. Im Wesentlichen lassen sich hierfür zwei Ursachen identifizieren: Zum einen gab es in der Vergangenheit kein ausreichendes wirtschaftliches Interesse bei Netzbetreibern für ein Abweichen von den etablierten Planungsmethoden und zum anderen ermöglicht keiner der bisher gefundenen Modellansätze eine theoretisch begründbare Aussage über die Dauer von Systemzuständen. Gerade diese Aussage ist aber, wie in Kapitel 2 bereits gezeigt wurde, mindestens genauso von Interesse wie die Aussage über die Häufigkeit von Systemzuständen.

Bemerkenswert ist, dass in keiner der zitierten Veröffentlichungen über einen Vergleich von Berechnungsergebnissen der PLF mit Messungen berichtet wird. Häufig werden Berechnungsergebnisse unterschiedlicher Methoden bei gleicher Definition der Knotenleistungen miteinander verglichen.

Eine Darstellung der im Literaturverzeichnis aufgelisteten Beiträge zur PLF als Häufigkeitsverteilung (Abbildung 1-11) zeigt deutlich: Nach einer vorübergehenden Häufung in den siebziger Jahren, steigt das Interesse an dieser Thematik erst seit etwa zehn Jahren wieder an.



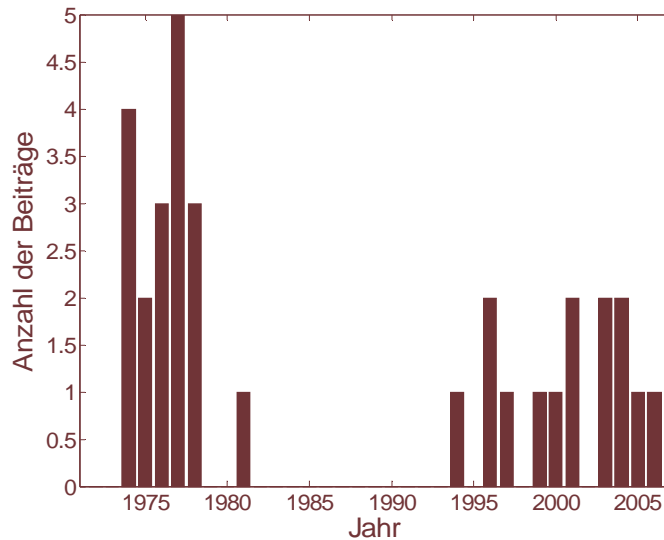


Abb. 1-11 Zeitliche Verteilung der wissenschaftlichen Beiträge [13 - 44] zur PLF

Dies kann als Folge der zeitgleich aufgetretenen Liberalisierung der Energiemärkte und dem damit verbundenen gestiegenen wirtschaftlichen Interesse an einer kostenoptimierten Netzdimensionierung gewertet werden.

Die verschiedenen in der Literatur nachweisbaren Modellierungsansätze werden im Folgenden in vier Konzepte unterteilt, wobei die prinzipielle Verfahrensidee dann jeweils kurz beschrieben wird. Von theoretischem Interesse ist, dass die ersten drei Konzepte auf Zufallsvariablen basieren, das letztgenannte Konzept hingegen auf Zufallsprozessen basiert.

### 1.3.3 Konzept 1: Monte-Carlo Verfahren

Bei diesem Verfahren handelt es sich um wiederholt durchgeführte deterministische Lastflussberechnungen, wobei in jedem Durchlauf die vorzugebenden Knotenleistungen mit Hilfe von Zufallsgeneratoren variiert werden [39, 40]. Die Zufallsgeneratoren bilden dabei die Verteilungsfunktionen der Knotenleistungen nach. Da die Zufallsgeneratoren weder das Autokorrelationsverhalten noch das Kreuzkorrelationsverhalten der Lasten berücksichtigen, die zeitliche Reihenfolge der generierten Ereignisse also keine Rolle spielt, ermöglicht dieser Ansatz keinerlei Aussage über das Zeitverhalten der Systemgrößen.

### 1.3.4 Konzept 2: Verfahren mit normalverteilten Zufallsvariablen

Bei dieser Klasse der Verfahren werden die Knotenleistungen als normalverteilt vorausgesetzt [16 - 19, 38]. Inwieweit dieses Vorgehen empirisch begründbar ist, konnte den untersuchten Veröffentlichungen nicht entnommen werden. Die Knotenleistungen werden als Zufallsvariablen durch Erwartungswerte, Varianzen und Kovarianzen definiert. Die Kovarianzen werden dabei aus empirischen Daten als Korrelationskoeffizienten für Erzeugung/Erzeugung, Verbrauch/Verbrauch sowie Erzeugung/Verbrauch angegeben. Für Knotenleistungen, für die keine Informationen zum Korrelationsverhalten zur Verfügung stehen, wird von Unkorreliertheit ausgegangen.

Die Lösung der Lastflussgleichungen ermöglicht dann eine direkte Berechnung der Erwartungswerte, Varianzen und Kovarianzen der Knotenspannungen als Parameter einer Normalverteilung. Hierin ist zugleich ein wesentlicher Nachteil des Verfahrens zu sehen: Da die Netzgleichungen nichtlinear sind, ergeben sich auch bei normalverteilten Knotenleistungen keine Normalverteilungen für die unbekannten Größen. Das Verfahren wird auch als stochastische Lastflussberechnung bezeichnet, da es auch zur Berücksichtigung der Unsicherheiten der Knotenleistungen im Bereich der Kurzfristprognose dient. Der Begriff der PLF ist in der Literatur im Allgemeinen für den Bereich der Langfristprognose, in der Regel das statistische Jahr, reserviert.

Von Kinsner, Serwin und Sobiarski wird in [19] das folgende Berechnungsverfahren vorgeschlagen. Die Lastflussgleichungen werden dazu in eine algebraische Form überführt und die Spannungs-Leistungsbeziehungen in einer Taylorreihe entwickelt. Die Einbeziehung der Kovarianzen führt dann zum folgenden Gleichungssystem, das iterativ gelöst werden kann:

$$\bar{y} = f(\bar{x}) + \frac{1}{2} B \lambda \quad (1-8)$$

$$M_y = A M_x A^T + \frac{1}{4} B (N_x - \lambda \lambda^T) B^T \quad (1-9)$$

mit

$\bar{y}$  Vektor der Erwartungswerte der komplexen Knotenleistungen

---

$\bar{x}$	Vektor der Erwartungswerte der Knotenspannungen
$M_y$	Kovarianzmatrix der Knotenleistungen
$M_x$	Kovarianzmatrix der Knotenspannungen
$A$	Matrix der ersten Ableitungen der Funktion $y = f(x)$
$B$	Matrix der zweiten Ableitungen der Funktion $y = f(x)$
$\lambda$	Vektor der Kovarianzen der Knotenspannungen, erzeugt aus $M_x$
$N_x$	Matrix der Momente der vierten Ordnung der Knotenspannungen

Dabei wird davon ausgegangen, dass die Knotenspannungen einer multidimensionalen Normalverteilung entsprechen, da dann die Momente der vierten Ordnung auf die Momente der zweiten Ordnung, also die Varianzen der Normalverteilung, bezogen werden können.

Der Vorteil gegenüber dem Monte-Carlo Verfahren wird mit einem deutlich geringeren Rechenaufwand begründet: Die Lastflussberechnung muss nicht mehrfach wiederholt werden. Da bei diesem Ansatz die Abbildung der statistischen Abhängigkeiten nicht durch eine Modellierung der für Lastzeitreihen spezifischen Varianz-Kovarianzfunktion, sondern ausschließlich durch Korrelationskoeffizienten erfolgt, erlaubt der Ansatz keine Aussage über Überschreitungsdauern, sondern ausschließlich über das zu erwartende Verteilungsverhalten der Systemzustände. Die Annahme völliger Unkorreliertheit bei Nichtverfügbarkeit von empirischen Daten für die Knotenleistungen führt zu einer nicht näher quantifizierten Unsicherheit der Berechnungsergebnisse.

### ***1.3.5 Konzept 3: Faltungsverfahren mit Zufallsvariablen***

Bei dieser Klasse der Verfahren werden die Knotenleistungen als unabhängige Zufallsvariablen bei freier Wahl der Verteilungsfunktionen definiert [20 bis 34, 44]. Als „Faltung“ bezeichnet man in der Wahrscheinlichkeitsrechnung die Berechnung der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Summe zweier Zufallsvariablen. Da das Faltungsverfahren bis in die Gegenwart das am häufigsten verwendete Verfahren ist, wird die Grundidee am Beispiel zweier unabhängiger Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ , welche zwei probabilistische Knotenleistungen repräsentieren könnten, aufgeschrieben [vgl. 22].

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $P_1$  und  $P_2$  der Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  sind wie folgt als das Integral ihrer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen  $f_1(x)$  und  $f_2(y)$  definiert:

$$P_1(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_1(x) dx \quad (1-10)$$

$$P_2(y) = P(Y \leq y) = \int_{-\infty}^y f_2(y) dy \quad (1-11)$$

W sei als dritte Zufallsvariable der durch  $X$  und  $Y$  über einen Zweig verursachte Leistungsfluss. Ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P_3$  ergibt sich dann als die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Summe der Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ :

$$\begin{aligned} P_3(w) &= P(W \leq w) = P(X + Y \leq w) \\ &= \iint_{x+y \leq w} f_1(x) f_2(y) dx dy \end{aligned} \quad (1-12)$$

Da  $X$  und  $Y$  als unabhängig vorausgesetzt werden, ergibt sich  $P_3$  wie folgt:

$$P_3(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) \int_{-\infty}^{w-y} f_1(x) dx dy \quad (1-13)$$

Durch einsetzen von Gleichung 1-10 ergibt sich dann aus Gleichung 1-13:

$$P_3(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) P_1(w-y) dy \quad (1-14)$$

Für  $f_3$  gilt der folgende Zusammenhang:

$$\begin{aligned} f_3(w) &= \frac{dP_3}{dw} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) f_1(w-y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(w-x) dx \end{aligned} \quad (1-15)$$

Damit ergibt sich aus Gleichung 1-15 die gemeinsame Dichtefunktion der Summe zweier unabhängiger Zufallsvariablen. Dies wird als Faltung bezeichnet und wird wie folgt geschrieben:

$$f_3(w) = f_1(x) \cdot f_2(y) \quad (1-16)$$

Wenn der Lastfluss über den Zweig  $w$  durch  $R$  unabhängige Zufallsvariablen verursacht wird, so gilt entsprechend:

$$f_w(w) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \dots \cdot f_R(x_R) \quad (1-17)$$

Für die Faltung müssen also zwei Voraussetzungen erfüllt sein: Erstens müssen die unbekannten Größen als Linearkombination der bekannten Größen darstellbar sein, d.h. die Lastflussgleichungen müssen (in einem bestimmten Betriebspunkt) linearisiert werden. Damit gelten die Berechnungsergebnisse streng genommen nur für sehr kleine Varianzen der Knotenleistungen. Deshalb findet dieses Verfahren vorzugsweise Anwendung im Rahmen der Kurzfristprognose.

Zweitens müssen die bekannten Größen statistisch unabhängig sein, d.h. es wird von einer Unkorreliertheit der Knotenleistungen ausgegangen. Sollen Abhängigkeiten berücksichtigt werden, so muss dies gesondert erfolgen. Da auch bei diesem Verfahren das Varianz-Kovarianzverhalten der Knotenleistungen also nicht berücksichtigt wird, ist auch hier keinerlei Aussage über das Zeitverhalten der berechneten Systemgrößen möglich.

### ***1.3.6 Konzept 4: Auf Zufallsprozessen basierende Verfahren***

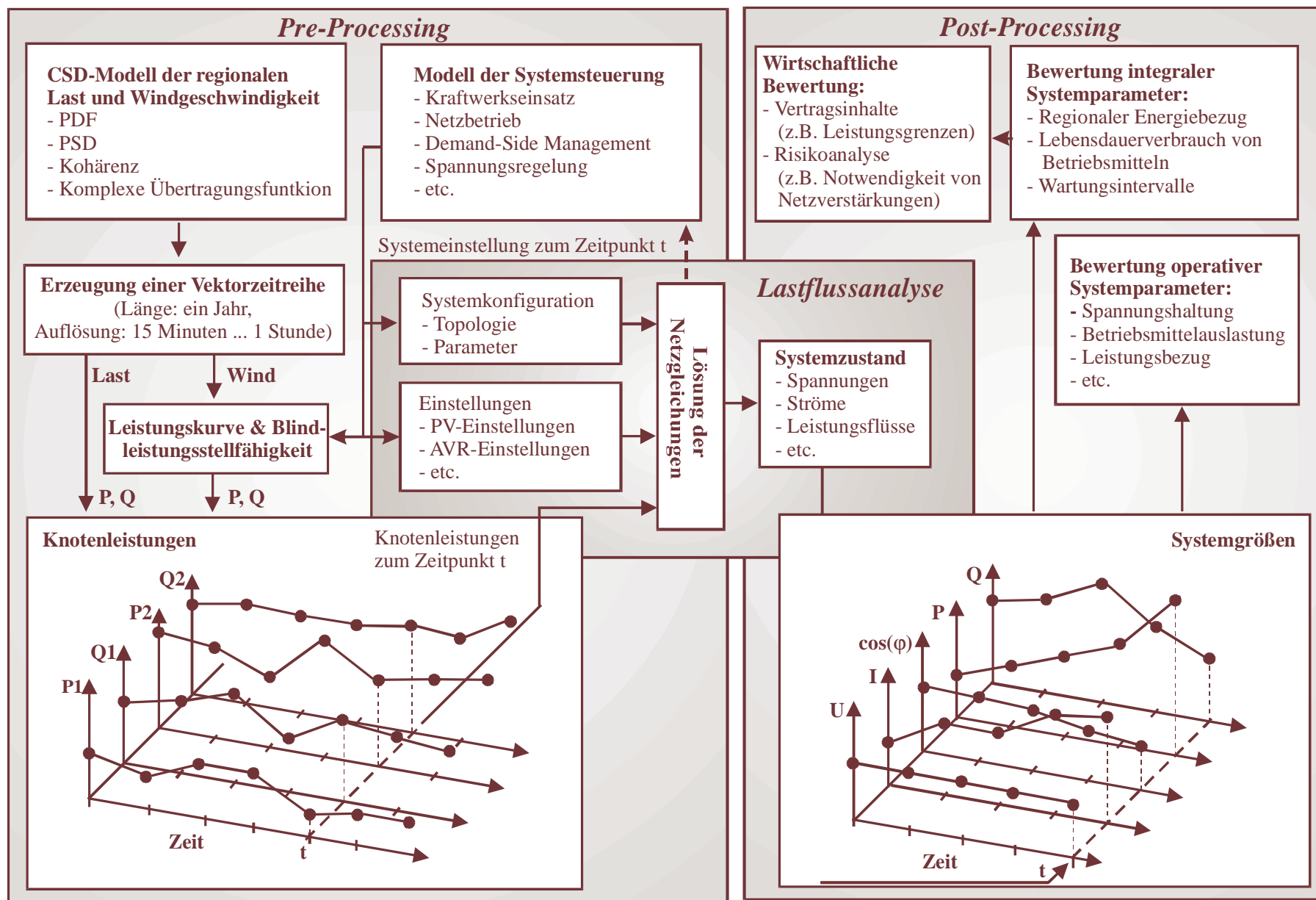
Bei dieser Verfahrensklasse werden die Knotenleistungen nicht als Zufallsvariablen, sondern als Zufallsvektorprozess definiert [35, 36, 46, 48, 49, 50, 51]. Dazu wird vor der eigentlichen Lastflussberechnung für alle Knotenleistungen ein simultaner Vektorprozess erzeugt, der für jede Knotenleistung die Wirk- und Blindleistung als Zeitreihe definiert (in Abbildung 1-12 ‚Pre-Processing‘ genannt). Die Vektorzeitreihe wird dabei in der Regel für ein statistisches Jahr in Stunden- oder Viertelstundenauflösung erzeugt. Dabei können für unterschiedliche Verbraucher- und Einspeisetypen separate Prozessmodelle verwendet werden. Der Gesamtvektorprozess aller Knotenleistungen ergibt sich dann als Summe der getrennt generierten Einzelprozesse. Abbildung 1-12 zeigt eine schematische Darstellung des Konzeptes.

Das entsprechende Konzept für das im Rahmen dieser Arbeit betrachtete regionale 110kV-Verteilnetz besteht beispielsweise darin, mit einem Lastmodell eine simultane Vektorzeitreihe für die kumulierten Abnahmeleistungen aller unterlagerten Mittelspannungsnetze zu generieren. Parallel dazu wird mit einem Windmodell eine simultane Vektorzeitreihe der Windgeschwindigkeiten für die Region erzeugt (siehe hierzu auch Abschnitt 5.7.1). Zur Reduktion der Datenmengen werden die Windstandorte einer Region für jedes Mittelspannungsnetz aggregiert.

Die sich anschließende Lastflussberechnung wird für jeden diskreten Zeitschritt des Vektorprozesses der resultierenden Knotenleistungen durchgeführt, so dass sich für die berechneten Systemgrößen wiederum ein Vektorprozess ergibt. Dieser kann anschließend einer statistischen Auswertung unterzogen werden (in Abbildung 1-12 ‚Post-Processing‘ genannt).

Der qualitative Hauptvorteil dieses Konzeptes besteht darin, dass neben Aussagen zur Häufigkeit auch Aussagen über die Dauer von Systemzuständen möglich sind, da die zeitlichen Abhängigkeiten durch die Vektorzeitreihe der Knotenleistungen definiert sind. Für das Verfahren ist keine Linearisierung der Lastflussgleichungen notwendig, so dass die Systemparameter auch bei hoher Varianz der Knotenleistungen exakt bestimmbar sind. Zudem ist es möglich, Modelle zur Systemsteuerung (beispielsweise Modelle von Spannungs- oder Leistungsregelungen) in die Szenarienberechnung zu integrieren.

Abb. 1-12 Konzept der vektorprozessbasierten probabilistischen Lastflussberechnung



## 1.4 Schlussfolgerungen und Zieldefinition

Tabelle 1-2 stellt die in Abschnitt 1.2 anhand praxisrelevanter Problemtypen bestimmten Anforderungen den in Abschnitt 1.3 bestimmten Grundmerkmalen verschiedener Konzepte zur Erweiterung der Lastflussberechnung im Sinne ihrer Erfüllbarkeit gegenüber.

Tabelle 1-2: Qualitative Beurteilung der Erfüllbarkeit der Anforderungen an eine Erweiterung des CA

<b>ANFORDERUNG</b> <b>(Abschnitt 1.2)</b>	<b>KONZEPT 1</b> <b>(Ab.1.3.3)</b>	<b>KONZEPT 2</b> <b>(Ab. 1.3.4)</b>	<b>KONZEPT 3</b> <b>(Ab. 1.3.5)</b>	<b>KONZEPT 4</b> <b>(Ab. 1.3.6)</b>
‚Weite‘ Gültigkeit der Netzgleichungen	möglich	möglich	nicht möglich	möglich
Modellierung von Häufigkeitsverteilungen	möglich	eingeschränkt möglich	möglich	möglich
Modellierung von Korrelationskoeffizienten	nicht direkt möglich	möglich	möglich	möglich
Modellierung der Kreuzkovarianzmatrix	nicht möglich	nicht möglich	nicht möglich	möglich

Der Gesamtvergleich zeigt, dass die in Abschnitt 1.2 für praxisrelevante Problemtypen abgeleiteten Anforderungen vor allem durch Konzepte auf Basis von Zufallsprozessen erfüllt werden können. Systematische Ursache für diese Bewertung ist, dass nur diese Konzepte Informationen zur Chronologie der in Energiesystemen ablaufenden Betriebsvorgänge bewahren und deshalb modellieren können.

Grundlegende Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der in Abschnitt 1.3 dargestellten Konzepte sind:

- ein Modell des Netzes in einer Region in Form der Netzgleichungen 1-7.
- Modelle für das zeitliche Verhalten der Einspeiseleistungen von Erzeugungskapazitäten in abgegrenzten Teilbereichen der Region (Erzeugermodelle)
- Modelle für das zeitliche Verhalten des Leistungsbedarfs zur Versorgung der abgegrenzten Teilbereiche der Region mit elektrischer Energie (Lastmodelle)
- Methoden zur Synthese von Zeitreihen aus den Modellen mit den Eigenschaften:
  - Approximation der Eigenschaften der Erzeuger- und Lastmodelle
  - mindestens schwache Stationarität



Während Netzmodelle im Sinne von Gleichung 1-7 der verfügbare Standard der Netzplanung sind, gilt dies für die anderen genannten Voraussetzungen nicht. Mit [46, 47, 49] liegen Modelle und Methoden vor, welche für die besonders bedeutende Gruppe der Windenergieanlagen Verwendung finden können.

Eine vergleichbare Verfügbarkeit prinzipiell geeigneter Modelle und Methoden ist für den aggregierten Leistungsbedarf von Teilbereichen einer Region derzeit nicht gegeben. Die im Schrifttum nachweisbaren bzw. für [50] verwendeten Knotenleistungsmodelle

- beschränken sich auf den univariaten Fall (beispielsweise Lastprofile für Verbrauchertypen)
- modellieren das Verteilungs-, nicht aber das Kovarianzverhalten [13-44]
- sind bzgl. ihrer Trend- und Prozesskomponente noch nicht tiefergehend analysiert und optimiert [50].

Vor dem Hintergrund des vorgenannten Status, besteht das Ziel der vorliegenden Arbeit in der Modell- und Methodenentwicklung für den aggregierten Leistungsbedarf zur Versorgung abgegrenzter Teilbereiche einer Region mit elektrischer Energie (vorzugsweise in der Größe des Versorgungsgebietes sog. Umspannwerke) mit den Grundmerkmalen:

- Abbildung des aggregierten Bedarfes an Wirk- und Blindleistung simultan für die Teil-Versorgungsgebiete einer Region in der Größe sog. Umspannwerksbereiche (-synonym- in der Größe sog. Mittelspannungsnetze).
- Entwicklung eines Komponenten-Modells auf Basis gemessener Zeitreihen des Leistungsbedarfes, bestehend aus Trendmodell im Frequenzbereich und stochastischem Modell im Zeitbereich.
- Entwicklung eines Ansatzes zur synthetischen Erweiterung des Modells für den Fall der Aufnahme von Teil-Versorgungsgebieten der Region ohne eigene Messdatenbasis in die Modellbildung.
- Untersuchung von Möglichkeiten zur Gewährleistung der Stabilität des Verfahrens zur Synthese von Zeitreihen mit den Eigenschaften des Modells für den Fall der synthetischen Modellerweiterung.

## 2 Datenbasis

### 2.1 Charakterisierung der Messdaten

Empirische Grundlage der Modellentwicklung im Rahmen dieser Arbeit bilden gemessene Zeitreihen von 110kV/20kV-Umspannerleistungen eines regionalen Verteilnetzes. Gemäß Zielstellung dieser Arbeit wurden Mittelspannungsnetze ausgewählt, in welchen der elektrische Leistungsbedarf als durch Haushalte und kleinere Gewerbebetriebe (Typ EVU-Last) dominiert betrachtet werden darf. Umspannwerke zur Versorgung von Industriekunden oder mit wesentlichem Industrieanteil wurden nicht betrachtet.

Die gesamte verfügbare Datenbasis besteht aus Zeitreihen der Wirkarbeit von 24 Mittelspannungsnetzen. Für 6 dieser 24 Mittelspannungsnetze standen zusätzlich zeitlich parallel gemessene Zeitreihen der Blindarbeit zur Verfügung. Zum Zeitpunkt des Abschlusses der Arbeit erstreckte sich der Zeitraum der Datenbasis über etwa 7 Jahre.

Zusätzlich zu den Messdaten des Netzbetreibers, wurden für die Modellbildung hoch aufgelöste Messungen in einem der betrachteten Umspannwerke durchgeführt. Dabei wurden dreiphasig Strom, Spannung und Phasenwinkel an der Unterspannungsseite eines Transformators mit einer zeitlichen Auflösung von einer Sekunde gemessen. Der Zeitraum dieser Messdaten erstreckte sich über etwa 2 Jahre.

Die den Messdaten zugrunde liegende Region ist sehr stark durch Windenergie geprägt. Bei einer kumulierten Nettoabnahmeleistung von etwa 2GW betrug die kumulierte installierte Windleistung zum Zeitpunkt des Abschlusses der Arbeiten bereits über 2,5GW. Versuche zum nachträglichen ‚Herausrechnen der Windleistungen‘ aus o.g. gemessenen Zeitreihen sind gescheitert, da zeitlich parallel gemessene Zeitreihen der eingespeisten Windleistung nicht ausreichend verfügbar waren. Die Extrapolation einzelner gemessener Zeitreihen auf die kumulierte Windleistung einzelner Mittelspannungsnetze hat sich aufgrund des stochastischen Zerfalls zwischen den Windstandorten als zu ungenau herausgestellt. Eine weitere Einschränkung stellte die Verfügbarkeit von zeitlich parallel gemessenen Blindleistungszeitreihen dar. Bis zum

Zeitpunkt des Abschlusses der Arbeiten waren nur wenige Umspannwerke des Netzbetreibers mit Vierquadrantenzählungen ausgerüstet. Für die Modellbildung sind deshalb nur 6 der o.g. 24 verfügbaren Zeitreihen geeignet.

Auch die verwertbare Zeitspanne der hoch aufgelösten Messdaten hat sich auf ein dreiviertel Jahr reduziert, da im Laufe der Messungen signifikante Windleistungen in das betreffende Mittelspannungsnetz integriert wurden.

Bei den für die Modellbildung als verwendbar bewerteten Zeitreihen handelt es sich um gemittelte Effektivwerte mit einer zeitlichen Auflösung von 15 Minuten. Sie wurden durch den Netzbetreiber entsprechend der nachfolgenden Abbildung an den 20kV-Sammelschienen der Umspannwerke gemessen.

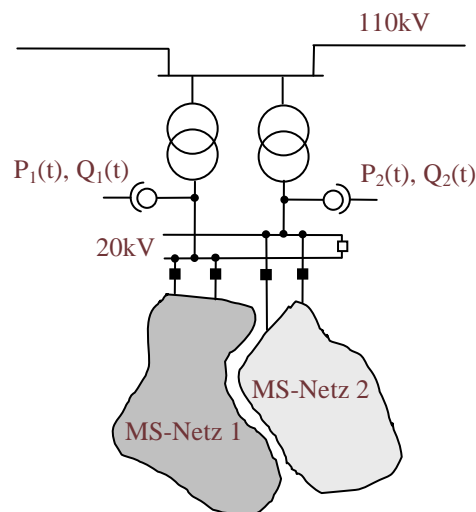


Abb. 2-1 Prinzipdarstellung der Messorte der verwendeten Wirk- und Blindleistungszeitreihen  $P_i(t)$  und  $Q_i(t)$

Die einzelnen Mittelspannungsnetze (Versorgungsbezirke eines Umspanners, kurz MS-Netze) des betrachteten Netzes werden entkoppelt betrieben, d.h. im Normalbetrieb sind sämtliche Kuppelschalter geöffnet. Die Zeitreihen können deshalb als bezogene Nettoleistung der Mittelspannungsnetze betrachtet werden.

## 2.2 Aufbereitung der Messdaten

Eine Besonderheit bilden sog. Sonderereignisse in den vorgenannten 6 gemessenen Zeitreihen: Die Leistungsmessungen an den Transformatoren der Umspannwerke repräsentieren nicht zu jedem Zeitpunkt den Leistungsbedarf aller Verbraucher des unterlagerten Mittelspannungsnetzes. Es treten in vielen Zeitreihen zeitweilige

Leistungssprünge auf, die auf folgende Sonderereignisse zurückgeführt werden konnten (siehe hierzu auch Abbildungen 6-3 und 6-4).

- Netzsicherstellungen (betriebsbedingte zeitweilige Kopplung von Mittelspannungsnetzen)
- Zeitweilige Zuschaltung von Großverbrauchern, wie beispielsweise Pumpstationen.

Um aus den Messdaten für die Modellbildung (für den elektrischen Leistungsbedarf von Haushalten und kleineren Gewerbebetrieben, sog. EVU-Last) geeignete Zeitreihen zu gewinnen, wurden diese Sonderereignisse deshalb so weit wie identifizierbar herausgerechnet.

Das Eliminieren von durch Netzsicherstellungen verursachten Lastsprüngen (beispielsweise aufgrund von Wartungsarbeiten an einem Transformator eines Umspannwerkes) erfolgt mittels einer Leistungsbilanz, wenn gemessene Zeitreihen für beide Transformatoren zur Verfügung stehen (siehe hierzu auch das Beispiel in Kapitel 6). Die Leistung jenes Transformators, der vorübergehend die Last beider unterlagerten Mittelspannungsnetze übernommen hat, wird dann in den Zeitreihen entsprechend der im Mittel festgestellten Lastaufteilung auf beide Transformatoren umverteilt, da für die Zeitdauer der Umschaltung für den Lastfluss  $S_T$  des übernehmenden Umspanners gilt:

$$P_T(t) + jQ_T(t) = P_{MSN1}(t) + jQ_{MSN1}(t) + P_{MSN2}(t) + jQ_{MSN2}(t) \quad (2-1)$$

Um eine zeitweilige Zuschaltung eines Großverbrauchers aus einer gemessenen Zeitreihe zu eliminieren, wird der Tagesminimalwert der Lastzeitreihe verwendet, da er in allen untersuchten Lastzeitreihen - im Gegensatz zum wochentagsabhängigen Maximal- und Erwartungswert - sehr konstant ist.

Für die Dauer des Lastsprungs wird beispielsweise für die am Transformator gemessene Zeitreihe der Wirkleistung  $P_T$  von dem folgenden Zusammenhang ausgegangen:

$$P_T(t) = P_{\text{Normverbraucher}}(t) + P_{\text{Großverbraucher}}(t) \quad (2-2)$$

Gleiches gilt für die dazugehörige Zeitreihe der Blindleistung. Entsprechende Lastsprünge werden korrigiert, indem für die Zeitdauer der Lastaufschaltung der Minimalwert des betreffenden Zeitabschnittes durch den Erwartungswert aller Tagesminima der gesamten Jahreszeitreihe ersetzt wird.

Der Erwartungswert aller Tagesminima  $E_{\text{Minima}}$  wird dazu zunächst wie folgt aus allen  $n = 365$  Tagesabschnitten der Jahreszeitreihe gebildet:

$$E_{\text{Minima}} = \frac{1}{365} \sum_{n=1}^{365} \min\{P_{n*96-95} : P_{n*96}\} \quad (2-3)$$

Für eine diskrete Zeitreihen in 15-Minutenauflösung besteht dabei jeder Tagesabschnitt aus 96 Werten, aus denen jeweils der Minimalwert bestimmt wird.

Findet sich in der betrachteten Zeitreihe nun ein Zeitabschnitt, in dem die Tagesminima deutlich größer als der Erwartungswert aller Tagesminima  $E_{\text{Minima}}$  sind, so wird zunächst der betreffende Abschnitt der diskreten Zeitreihe  $P_T$  mit den Werten  $P_i \dots P_j$  bestimmt. Für den Zeitabschnitt der Umschaltung ergibt sich aus der Wirkleistungszeitreihe  $P_T(t)$  dann wie folgt die korrigierte Wirkleistungszeitreihe  $P_{\text{Korrigiert}}(t)$ :

$$P_{\text{Korrigiert}}(t) = P_T(t) - \min\{P_i \dots P_j\} + E_{\text{Minima}} \quad (2-4)$$

Die Korrektur der dazugehörigen Blindleistungszeitreihe erfolgt in äquivalenter Weise. Zur Veranschaulichung der Verfahrensidee zeigt die nachfolgende Abbildung ein exemplarisches Ergebnis dieser Korrektur:

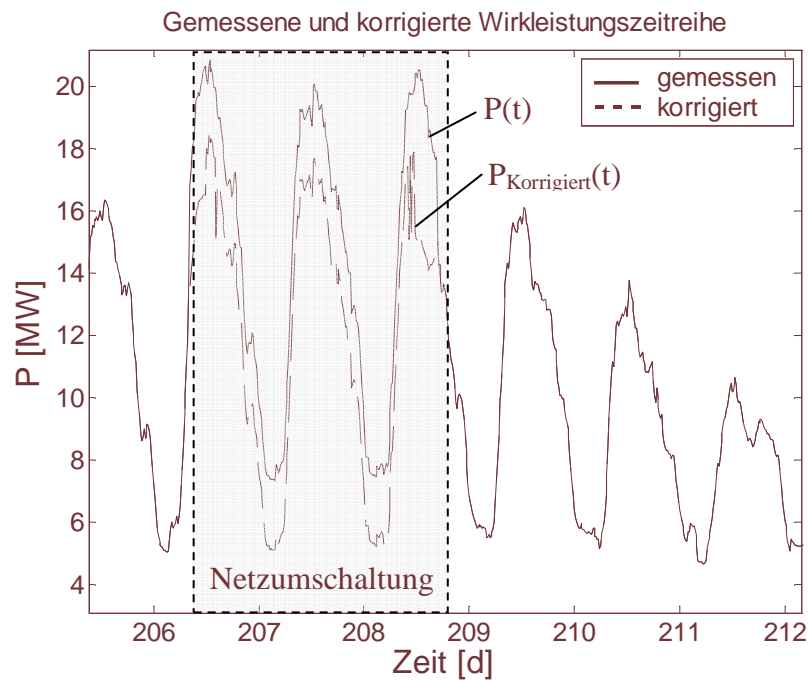


Abb. 2-2 Gemessener und korrigierter Ausschnitt einer gemessenen Jahreszeitreihe des Wirkleistungsbezugs eines Mittelspannungsnetzes  $P(t)$  mit temporärer Netzumschaltung der Dauer  $T$

### 3 Modellbildung

#### 3.1 Paradigma der Modellbildung

Betrachtet man Zeitreihen des aggregierten elektrischen Leistungsbedarfes von ‚Standardverbrauchern‘, so sind bereits optisch klare Zyklen erkennbar. Besonders deutlich erscheinen dabei ein Tages-, ein Wochen- und ein Jahreszyklus. Diese Hauptrhythmen der Zeitreihen erscheinen relativ konstant, d.h. aus Sicht der Zeitreihenanalytik sind sie offenbar ein Trend. Diesem Trend überlagert ist ein scheinbar irregulärer Prozess. Abbildung 3-1 zeigt dazu exemplarisch eine sich über vier Wochen erstreckende gemessene Zeitreihe des Wirkleistungsbedarfes eines Mittelspannungsnetzes (Messung der Zeitreihe erfolgte entsprechend Abbildung 2-1).

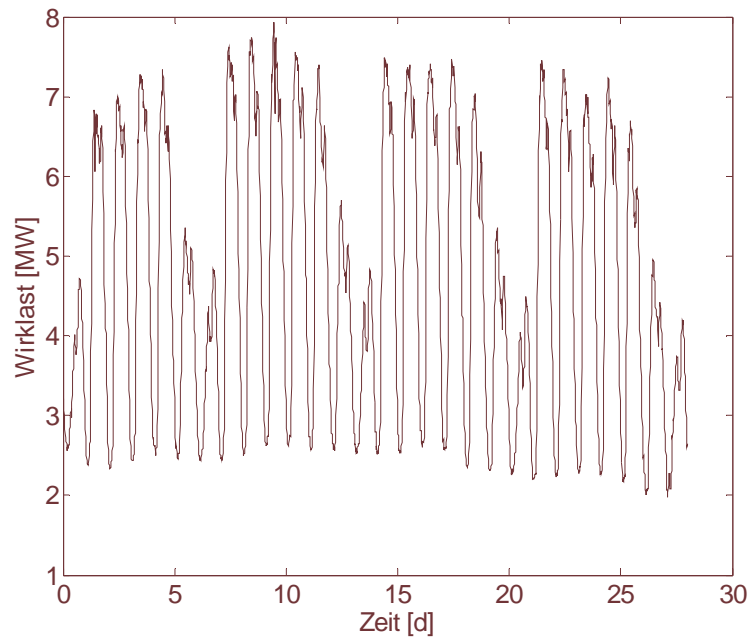


Abb. 3-1 Exemplarischer gemessener Wirkleistungszeitverlauf eines Mittelspannungsnetzes mit deutlich erkennbaren Tages- und Wochenzyklen

Bildet man die Häufigkeitsverteilung einer entsprechenden Jahreszeitreihe, so stellt man fest, dass sie nicht der Normalverteilung entspricht. Abbildung 3-2 zeigt dazu die Wahrscheinlichkeitsdichte (kurz Dichte) der vollständigen Jahreszeitreihe des oben dargestellten Monatsausschnittes und zum optischen Vergleich eine Normalverteilung.

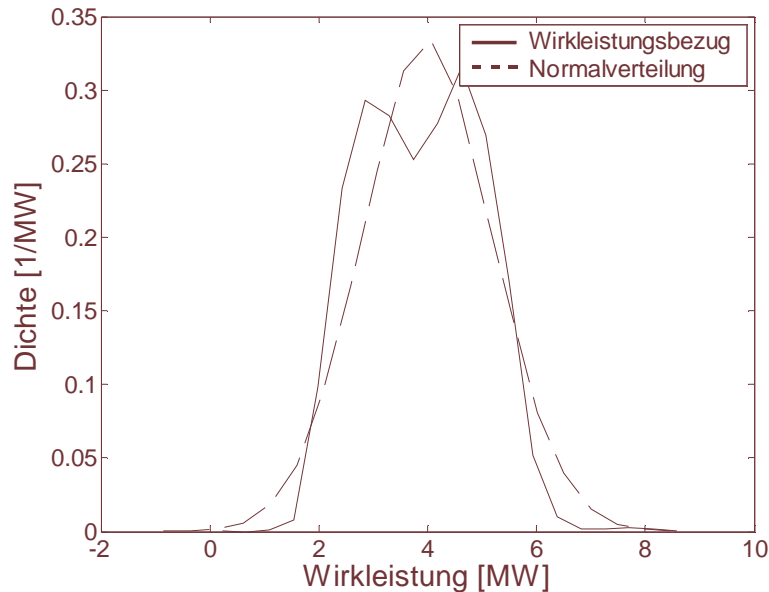


Abb. 3-2 Wahrscheinlichkeitsdichte einer gemessenen Jahreszeitreihe des Wirkleistungsbezugs eines Mittelspannungsnetzes und Normalverteilung zum optischen Vergleich

Um - entsprechend der Zielstellung dieser Arbeit - das Korrelationsverhalten aller Knotenleistungen des zu berechnenden elektrischen Energiesystems zu berücksichtigen, ist die Theorie der multivariaten Prozesse [2,3,4] heranzuziehen. Ein möglicher Ansatz zur Modellierung von multivariaten Prozessen im Zeitbereich ist das Vektor-Autoregressive-Prozessmodell (kurz VAR-Prozessmodell). Eine vollständige Nachbildung des Vektorprozesses aller zu modellierenden Knotenleistungen durch einen VAR-Prozess kommt allerdings prinzipbedingt nicht in Frage, da ein VAR-Prozess ausschließlich durch seine Varianz-Kovarianz-Matrix definiert und damit grundsätzlich normalverteilt ist.

Die Verteilungsfunktion der untersuchten Zeitreihen wird maßgeblich durch den Trend bestimmt, da dessen Signalleistung um ein vielfaches höher ist, als die Signalleistung des verbleibenden Restsignals. Diese Eigenschaft ist für praktische Anwendungen des Modells wesentlich. (Vermeidbare bzw. unvermeidliche) Unschärfen der Modellbildung für Trend- und Prozessmodell führen zu unterschiedlicher praktischer Relevanz. Insbesondere das Trendmodell wird die Abbildgüte des Gesamtmodells überproportional bestimmen.

Eine Zerlegung der Zeitreihen in einen (harmonischen) Trend (sog. determiniertes Signal) und ein (stochastisches) Restsignal ist deshalb nahe liegend. Um den

resultierenden Vektorprozess der Restsignale aller Knotenleistungen durch einen VAR-Prozess modellieren zu können, wird dafür dann näherungsweise von einer Normalverteilung ausgegangen. Abbildung 3-3 zeigt dazu exemplarisch die Verteilungsfunktion des Restsignals der oben dargestellten Zeitreihe.

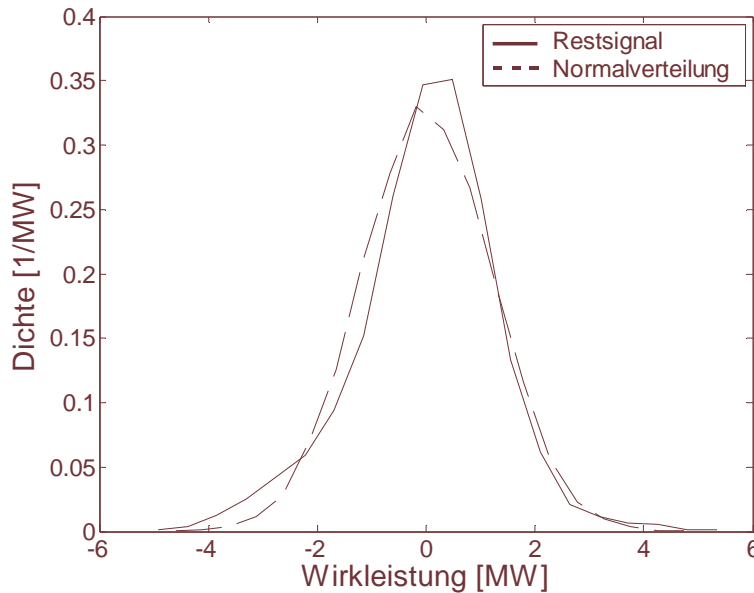


Abb. 3-3 Wahrscheinlichkeitsdichte des extrahierten Restsignals einer gemessenen Jahreszeitreihe des Wirkleistungsbezugs eines Mittelspannungsnetzes und Normalverteilung zum optischen Vergleich

Die Verteilungsfunktionen aller untersuchten Restsignale kommen, ähnlich wie das dargestellte Beispiel, einer Normalverteilung sehr nahe.

Der gewählte Modellansatz besteht nun darin, den Trend jeder Knotenleistungszeitreihe durch eine Fourierreihe und den verbleibenden Vektorprozess der stochastischen Signalanteile aller Knotenleistungszeitreihen durch einen VAR-Prozess nachzubilden. Formal handelt es sich damit um ein Komponentenmodell, bestehend aus einer deterministischen Komponente und einer Restkomponente. Dieser Modellansatz wird im Folgenden Harmonisch-Vektor-Autoregressives Modell (kurz HVAR-Modell) genannt.

Eine Analyse der Originalzeitreihen im Frequenzbereich liefert den Trend und eine Analyse des verbleibenden Restprozesses im Zeitbereich liefert zunächst die Varianz-Kovarianzmatrix des Vektorprozesses aller Restsignale. Die Varianz-Kovarianzmatrix ermöglicht dann die Bestimmung der Koeffizienten eines VAR-Prozesses. Ein entsprechend generierter VAR-Prozess weist weitgehend ähnliche statistische Eigen-



schaften wie der zugrunde gelegte Originalprozess auf, generiert aber niemals deckungsgleiche Zeitverläufe. Das Modell entspricht damit einer Grundidee der PLF: Der Generierung möglicher Knotenleistungsprozesse im Sinne einer Szenariensynthese.

Das Lastmodell ist dann als Folge dieses Ansatzes durch den folgenden Parametersatz definiert:

- Spektrum der als determiniert identifizierten Signalanteile (Frequenzen, Amplituden und Phasenlagen)
- Koeffizienten des VAR-Prozesses zur Nachbildung des verbleibenden stochastischen Restprozesses
- Vektoren der Jahresextremwerte der Wirk- und Blindleistungen der einzelnen Knotenleistungen zur Definition der Varianz jeder Zeitreihe. Die Maximalwerte der Wirkleistung sind in der Regel als Schleppzeigerwerte verfügbar. Die Varianz der Blindleistung kann durch Schätzung des Leistungsfaktors bestimmt werden. Neben Schleppzeigerwerten sind häufig aktuelle Messwerte der Ströme und Spannungen aus der Netzelektrotechnik verfügbar.

Die Approximationsgüte des Modells kann durch folgende Parameter beeinflusst werden:

- Anzahl der als determiniert zu betrachteten harmonischen Signalanteile
- Ordnung des VAR-Prozesses, d.h. bis zu welchem Lag  $h$  die Varianz-Kovarianzmatrix des Restprozesses nachgebildet werden soll.

Für Modellbildung und praktische Anwendung des Modells spielt die Verfügbarkeit gemessener Zeitreihen als Modellierungsgrundlage eine zentrale Rolle. Die Verfügbarkeit derartiger empirischer Zeitreihen wird in vielen Anwendungsbereichen der Zeitreihenanalyse (z.B. Finanzwirtschaft [2]) vorausgesetzt.

Unter den praktischen Bedingungen der (energietechnischen) Netzplanung sind demgegenüber Messwerte von Knotenleistungen in Form von Zeitreihen der Wirk- und Blindleistung oft nur punktuell (wie im vorliegenden Fall auch, vgl. Abschnitt 3.1) verfügbar. Daraus erwachsen folgende spezifischen Probleme der netzplanerischen Anwendung der Zeitreihenanalyse:

- Das Modell muss innerhalb seiner Repräsentationsformen (Fourierreihe bzw. VAR-Prozess) im statistischen Sinne erwartungstreu auf jene Zeitreihen erweitert werden, für welche keine empirischen (Original-) Zeitreihen aus Messungen zur Verfügung stehen.
- Die Methoden zur Zeitreihensynthese müssen stabil bleiben. Das bedeutet vor allem für das VAR-Prozessmodell die Sicherung der Konvergenz der iterativen Prozesserzeugung.

Die vorgenannten Forderungen scheinen spezifisch energietechnische zu sein, da diesbezüglich im Schrifttum zur Zeitreihenanalyse keine Ansätze auffindbar waren.

Im Rahmen der Modellbildung sind somit neben den beiden Modellkomponenten (Trend- sowie Prozessmodell) zusätzlich zwei qualitativ unterschiedliche Problemtypen (empirische Zeitreihen verfügbar oder nicht) zu unterscheiden. Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die in den folgenden Abschnitten beschriebene Behandlung der daraus resultieren vier Fälle.

Tabelle 3-1 Übersicht über die folgenden Abschnitte zur Modellbildung

	TRENDMODELL	PROZESSMODELL
Vollständiger Messreihensatz	Abschnitt 3.2	Abschnitt 3.3
Unvollständiger Messreihensatz	Abschnitt 3.2.3	Abschnitt 3.4

## 3.2 Trendmodell

### 3.2.1 Trendindikation

Von entscheidender Bedeutung für das Trendmodell ist die Methode zur Identifikation der im Sinne eines Trendmodells als ‚determiniert‘ betrachtbaren Signalanteile einer fourierzerlegten Zeitreihe. Während, wie im vorigen Abschnitt beschrieben, der Tages-, Wochen- und Jahreszyklus bereits optisch klar als Trend erkennbar sind, wird für die Identifikation aller schwächer ausgeprägten Zyklen ein formales Kriterium für die Entscheidung benötigt, ob ein Summand der Fourierreihe als dem Trend zugehörig oder als zufällig zu gelten hat. Dazu wurden Untersuchungen mit den verfügbaren Messdaten durchgeführt, um festzustellen, welche Eigenschaft ein determiniertes Signal von einem stochastischen Signal unterscheiden könnte. Im Ergebnis wird das folgende Kriterium verwendet:

*Ein Summand einer Fourierreihe wird als determiniert und deshalb als Teil des Trendmodells betrachtet, wenn die Lage seines komplexen (ruhenden) Zeigers in der komplexen Ebene eine zeitliche Varianz aufweist, die kleiner als ein vorgegebener Grenzwert ist.*

Der Grenzwert der zeitlichen Varianz - als Indikator für einen Übergang zwischen Determiniertheit und Stochastik - ist aus Sicht des Autors nicht exakt bestimmbar und wird deshalb als freier Parameter zur Steuerung der Approximationsgüte des Modells verwendet. Die algorithmische Umsetzung des Kriteriums wurde wie folgt umgesetzt:

Die gesamte Zeitreihe wird in N gleichlange Zeitabschnitte (z.B. Wochenabschnitte) unterteilt und jeder Abschnitt fourierzerlegt (übliche Überlappung von z.B. 50 % zur Erhöhung der Anzahl der Stichprobenelemente ist möglich). Für jede Fourierfrequenz ergeben sich damit (im Sinne einer statistischen Auswertung) N Realisierungen für jeden Summanden der Fourierreihe. Real- und Imaginärteil jeder der N Realisierungen werden als zweidimensionale Zufallsvariable F betrachtet, deren Realisierungen sich wie folgt als Vektoren definieren lassen:

$$\vec{F}_i(\varpi) = [\text{real}(f_i(\varpi)), \text{imag}(f_i(\varpi))] \quad \text{mit} \quad f(\varpi) = x \cdot e^{-j\varpi \cdot t} \quad (3-1)$$

Der Vektor des Erwartungswertes der zweidimensionalen Verteilung ergibt sich dann aus den Erwartungswerten der Randverteilungen:

$$\vec{E}(\varpi) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{real}(f_i(\varpi)), \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{imag}(f_i(\varpi)) \right] \quad (3-2)$$

Die Güte (und damit die Determiniertheit) eines Summanden der Fourierreihe wird schließlich definiert als der Quotient aus mittlerer Signalleistung der Stichprobe des Umfangs N für diesen Summanden und dem Erwartungswert aller Abstandsquadrate der Realisierungen zu ihrem Erwartungswert:

$$Q(\varpi) = \frac{\left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{abs}(f_i(\varpi)) \right)^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \text{abs}(\vec{F}_i(\varpi) - \vec{E}(\varpi)) \right)^2} \quad (3-3)$$

Die so ermittelte Gütefunktion  $Q(\varpi)$ , d.h. die Güte aller Summanden aufgetragen über die Fourierfrequenzen, wird als Entscheidungskriterium verwendet, ob ein Summand der Fourierreihe als zum determinierten Signalanteil und damit zum Trendmodell zugehörig betrachtet wird oder nicht.

Das Prinzip der Anwendung des Algorithmus verdeutlicht das folgende exemplarische Beispiel:

Eine Jahreszeitreihe wurde in  $N = 52$  Segmente (je 1 Woche) unterteilt und jedes Segment einer Fourieranalyse unterzogen. Abbildung 3-4 zeigt die Lage der ruhenden Zeiger der 52 Realisierungen des Fouriersummanden mit der Frequenz 1/Tag (sog. Tageszyklus).

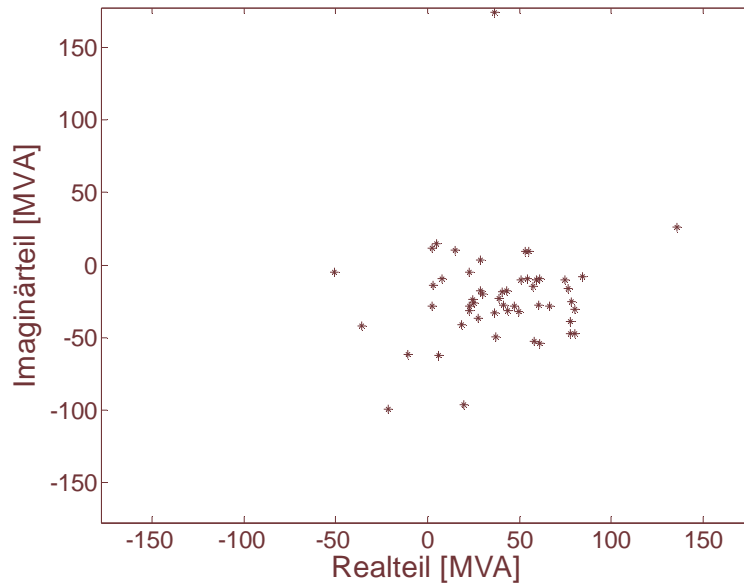


Abb. 3-4 Lage der ruhenden Zeiger der 52 Realisierungen eines Fouriersummanden mit der Frequenz 1/Tag einer in 52 Segmente zerlegten Jahreswirkleistungszeitreihe.

Abbildung 3-4 kann im Sinne einer zweidimensionalen Verteilungsfunktion nach Abbildung 3-5 als

$$F(x; y) = \int_{u=-\infty}^x \int_{v=-\infty}^y f(u; v) dv du \quad (3-4)$$

mit den Randverteilungen für die Wirkleistung:

$$f_2(y) = \int_{x=-\infty}^{\infty} f(x; y) dx \quad (3-5)$$

und die Blindleistung:

$$f_1(x) = \int_{y=-\infty}^{\infty} f(x; y) dy \quad (3-6)$$

aufgefasst werden.

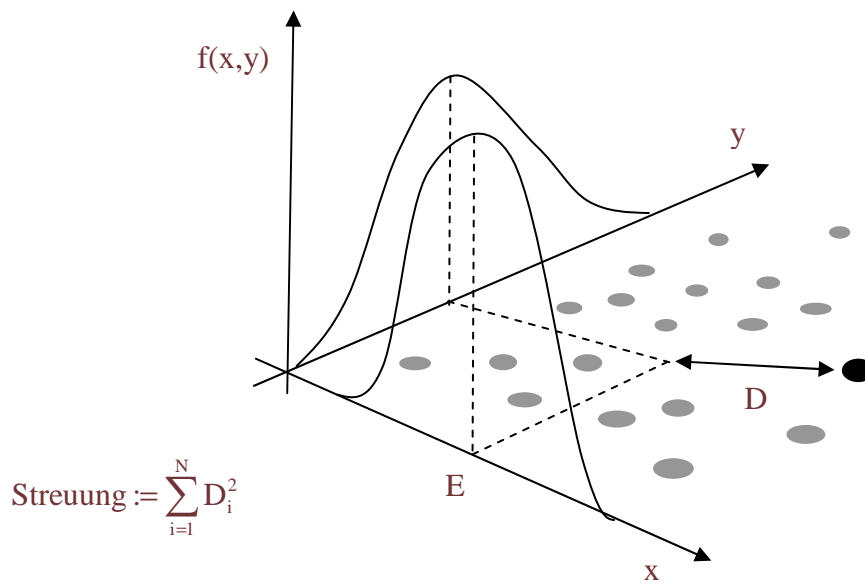


Abb. 3-5 Räumliche Darstellung einer zweidimensionalen Verteilung mit den beiden Randverteilungen  $f_x$  und  $f_y$  sowie dem Erwartungswert  $E$  der Randverteilung  $f_x$

Der Vektor der Erwartungswerte der Randverteilungen

$$[E_1; E_2] = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_1(x) dx ; \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot f_2(y) dy \right] \quad (3-7)$$

wird als Mittelpunkt (ausdrücklich nicht als ‚Mittelwert‘ der Zeiger, welcher im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung bekanntlich nicht existiert) der 52 Zeiger betrachtet. Der euklidische Abstand zwischen den einzelnen Zeigern und diesem Mittelpunkt der Punktwolke

$$D = \sqrt{(x - E_1)^2 + (y - E_2)^2} \quad (3-8)$$

definiert den Betrag jeweils eines Differenzzeigers (im vorliegenden Fall 52 Differenzzeiger).

Die Güte des ‚Tageszyklus‘ der beispielhaft betrachteten Jahreszeitreihe ergibt sich nach Gleichung 3-3 aus dem Erwartungswert bzgl. der (Signal-) Leistungen der 52 in Abbildung 3-4 dargestellten Zeiger dividiert durch den Erwartungswert bzgl. der (Signal-) Leistungen der 52 Differenzzeiger.

Die nachfolgende Grafik zeigt die Gütefunktion nach Gleichung 3-3 der vorgenannten Beispiel-Wirkleistungszeitreihe eines Mittelspannungsnetzes der betrachteten Region für alle Summanden der Fourierreihe. Der Summand mit der Periodendauer 1 Tag ist dabei der in Abbildung 3-4 dargestellte.

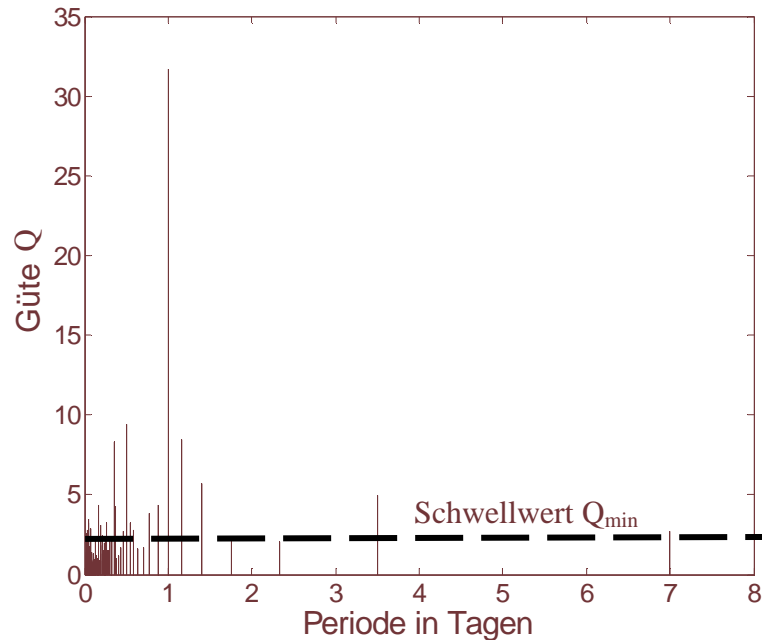


Abb. 3-6 Güte  $Q$  nach Gleichung 3-3 der Fouriersummanden einer gemessenen Jahreszeitreihe der Wirkleistung bzgl. ihrer Zugehörigkeit zum Trend und gewählter Schwellwert  $Q_{\min}$  für ihre Zuordnung zum Trendmodell

Der Tagesrhythmus zeigt hier mit Abstand die höchste Güte. Daneben gibt es noch einige weitere Summanden der Fourierreihe mit signifikanter Güte, wie z.B. den Halbtages-, den Halbwochen- oder den Wochenrhythmus, welche dem determinierten Signalanteil der Lastzeitreihe zugerechnet werden können.

Als Trendindikatoren werden die (Kreis-) Frequenzen  $\omega_i$  ( $i=1, \dots, K$ ) (und nur diese) der  $K$  Harmonischen betrachtet, deren Güte  $Q$  nach Gleichung 3-3 größer als der Modellparameter ‚Schwellwert  $Q_{\min}$ ‘ gemäß Abbildung 3-6 ist.

### 3.2.2 *Trendabspaltung und Restsignalbildung*

Die indizierenden (Kreis-) Frequenzen  $\omega_i$  ( $i=1,\dots,K$ ) gemäß Abschnitt 3.2.1 spezifizieren das Trendmodell noch nicht. Die zugehörigen Amplituden  $X_i$  und Phasenwinkel  $\varphi_i$  werden durch Fourieranalyse der gesamten, nicht segmentierten Jahreszeitreihe ermittelt und bilden die Repräsentation des Trendmodells im Frequenzbereich. Für das Trend- (,Harmonische') Modell im Zeitbereich gilt dann:

$$H(t) = \sum_{i=1}^K X_i \cdot \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad (3-9)$$

Als Restsignal wird die Differenz zwischen der gemessenen Zeitreihe (synonym als ,Originalzeitreihe' bezeichnet) und dem durch Gleichung 3-4 spezifizierten Trend im Zeitbereich bezeichnet.



### 3.2.3 Erweiterung des Trendmodells für fragmentarische Messreihensätze

Ein wesentliches Merkmal des vorgestellten Modellansatzes ist die Modellierung von Knotenleistungen, für die keine gemessenen Zeitreihen zur Verfügung stehen. Dabei werden für die Modellierung die Erwartungswerte der statistischen Eigenschaften aller Knotenleistungen, für die Zeitreihen zur Verfügung stehen, zugrunde gelegt. Statistisch gesehen handelt es sich damit im Prinzip um eine erwartungstreue Schätzung (deshalb synonym bezeichnet als ‚erwartungstreue Knotenleistungen‘).

Betrachtet wird im Folgenden ein  $n$ -knotiges Netz, für welches  $m$  Knotenleistungen mit  $m < n$  aber  $m \geq 2$  als gemessene Zeitreihen verfügbar sind. Die Forderung hinsichtlich der Anzahl stellt sicher, dass mindestens in einem Fall das Kreuzkovarianzverhalten aus empirischen Daten bestimmbar sein muss.

Betrachtet man die als determiniert identifizierten Signalanteile unterschiedlicher Mittelspannungsnetze im Frequenzbereich, so stellt man fest, dass nicht nur das Frequenzspektrum, sondern auch Amplitude und Phasenlage voneinander abweichen. Exemplarisch sind nachfolgend für vier verschiedene Mittelspannungsnetze die Amplituden und Phasenlagen der bei allen vorhandenen Vierteltages-, Halbtages-, Tages- und Wochenperiodizität grafisch dargestellt:

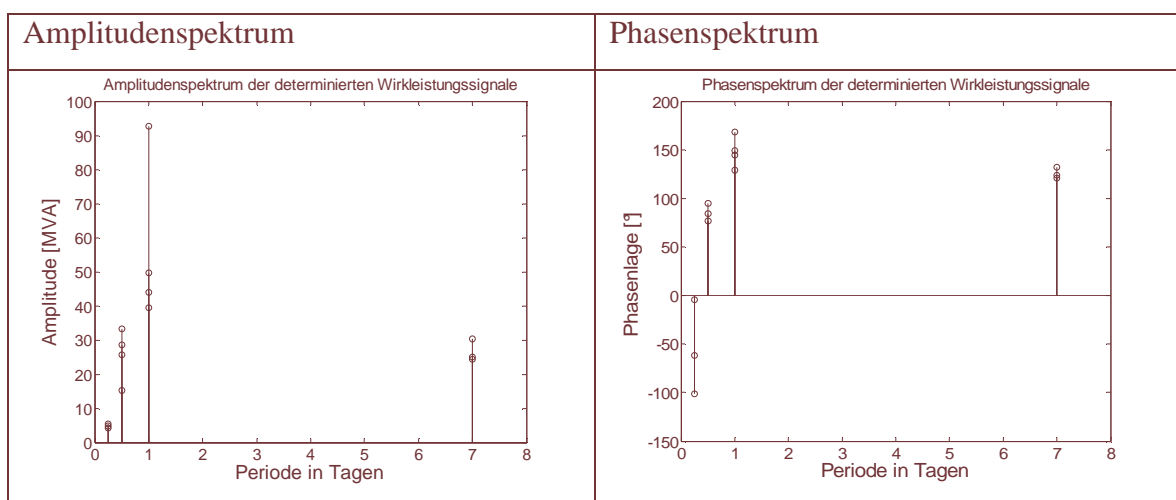


Abb. 3-7 Amplituden- und Phasenspektrum der vier Hauptharmonischen gemessener Jahreszeitreihen der Wirkleistung von vier Mittelspannungsnetzen

Eine nahe liegende Möglichkeit zur Ermittlung eines durchschnittlichen determinierten Signalanteils (mittlere Trendfunktion nach Gleichung 3-4) wäre eine Mittelwertbildung

aller determinierten Signalanteile (Trends) der  $m$  verfügbaren Zeitreihen  $H_i(t)$  mit  $i=1, \dots, m$  im Zeitbereich:

$$\overline{H}(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m H_i(t) \quad (3-10)$$

Würde man für alle  $(n-m)$  Knotenleistungen, für die keine gemessenen Zeitreihen vorliegen, einheitlich diesen gemittelten determinierten Signalanteil zugrunde legen, so würde man damit eine zu hohe Kreuzkorrelation zwischen ihnen verursachen, da die Korrelation nur noch durch den individuellen stochastischen Signalanteil gemindert werden würde. Dessen Signalleistung ist aber sehr viel geringer als die Signalleistung der determinierten Signalanteile. (Dies würde im Rahmen der Lastflussanalyse z.B. bedeuten, dass systematische Fehler bei der Berechnung der Lastflüsse vor allem in vermaschten Netzen auftreten. Als Beispiel dafür vgl. die Ausgleichsströme über Ringverbinder L2 in Abschnitt 5.4 Abbildung 5-10).

Um ein realistischeres Kreuzkorrelationsverhalten auch zwischen und mit den  $(n-m)$  als erwartungstreu modellierten Knotenleistungen zu gewährleisten, wird deshalb eine Gleichverteilung von Amplituden  $X$  und Phasenwinkeln  $\varphi$  der Trendmodelle nach Gleichung 3-4 für diese  $(n-m)$  Trends vorgeschlagen. Die Dichtefunktionen  $f$  der Amplituden  $X_i(\omega_k)$  und Phasenwinkel  $\varphi_i(\omega_k)$  mit  $i=(n-m)+1, \dots, n$  und  $k=1, \dots, K$  werden aus den mit der vorhandenen Stichprobe der  $n$  verfügbaren Zeitreihen festgestellten Streubreiten für Amplituden  $[\min(X_i(\omega_k)) \dots \max(X_i(\omega_k))]$  und Phasenwinkel  $[\min(\varphi_i(\omega_k)) \dots \max(\varphi_i(\omega_k))]$   $i=1, \dots, n$  für jede (Kreis-) Frequenz  $\omega_k$ ,  $k=1, \dots, K$  festgelegt:

$$f(X_i(\varpi_k)) = \begin{cases} \frac{1}{a(\varpi_k) - b(\varpi_k)}, & \text{für } a(\varpi_k) \leq X_i(\varpi_k) \leq b(\varpi_k) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3-11)$$

$$f(\varphi_i(\varpi_k)) = \begin{cases} \frac{1}{a(\varpi_k) - b(\varpi_k)}, & \text{für } a(\varpi_k) \leq \varphi_i(\varpi_k) \leq b(\varpi_k) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3-12)$$

Um bei der Generierung der Zeitreihen die relativ hohe Korrelation zwischen den Zeitverläufen der Wirk- und Blindleistung derselben Knotenleistung wiederzugeben, wird bei der Generierung der Zeitreihen je Knotenleistung je Frequenz die gleiche relative Zufallszahl  $x$  innerhalb der Streubreite für Amplitude und Phasenlage gewählt.

### 3.2.4 Diskussion des Trendmodells

Der Modellansatz für die Analyse der Lastzeitreihen beruht auf der Grundhypothese, dass sich alle Wochen eines Jahres ein und derselben Zeitreihe bis auf einen stochastischen Rest gleichen. Dies bedeutet, dass die Rhythmen jeder Woche bis auf geringe Varianzen zeitlich identisch sein müssten und sich damit ihre Phasenlagen und Amplituden von Woche zu Woche gleichen. Damit begründet sich der gewählte Ansatz, eine wochenweise Fourierzerlegung vorzunehmen, bei der dann dementsprechend nur ganzzahlige Vielfache der Wochenfrequenz betrachtet werden. Gäbe es nun entgegen der Grundhypothese Rhythmen, deren Frequenz kein ganzzahliges Vielfaches der Wochenfrequenz wäre, so müsste sich dies durch eine Phasenverschiebung der nächstliegenden Harmonischen der Fourieranalyse von Woche zu Woche äußern.

Dieser Effekt, den man dann vorfinden müsste, soll im Folgenden an einer entsprechenden Testzeitreihe demonstriert werden:

Es wurde eine aus zwei Sinusschwingungen und einem überlagerten Rauschsignal  $\varepsilon(t)$  bestehende Testzeitreihe erzeugt. Die erste Sinusschwingung besitzt eine Periodendauer von einer Woche, die zweite besitzt eine Periodendauer von 33 Stunden. Ihre Frequenz ist damit also kein ganzzahliges Vielfaches der Wochenfrequenz:

$$y(t) = 0.3 * \sin\left(\frac{2\pi}{3600 \cdot 24 \cdot 7} \cdot t\right) + 1 * \sin\left(\frac{2\pi}{3600 \cdot 33} \cdot t\right) + \varepsilon(t) \quad (3-13)$$

Die nachfolgende grafische Darstellung dieser Zeitreihe über 14 Tage veranschaulicht, dass sich damit die Wochen aufgrund der Zwischenharmonischen nicht gleichen: Anfangs- und Endpunkt des zweiwöchigen Zeitverlaufes stimmen nicht überein.

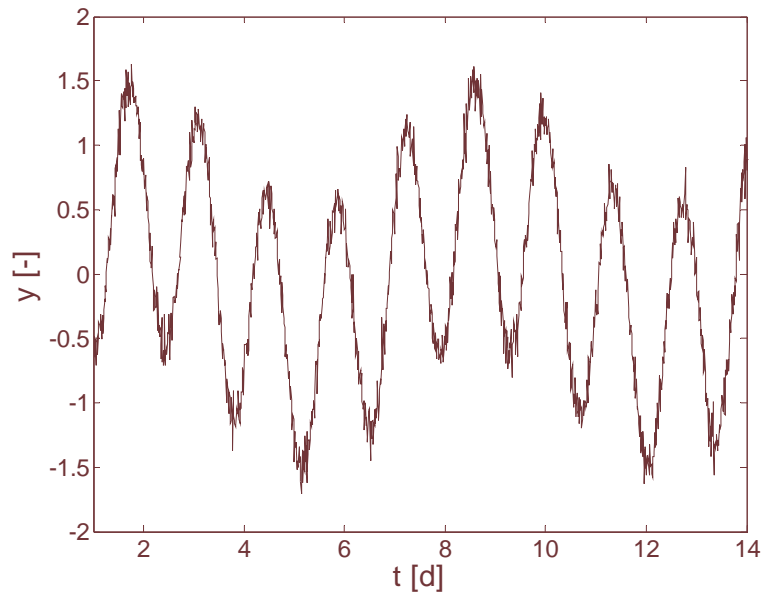


Abb. 3-8 Synthetisierte Testzeitreihe  $y(t)$  mit 33h-Periodizität für einen Test des entwickelten Trendmodells

Wendet man nun das gezeigte Analyseverfahren auf diese Testzeitreihe an, so ergibt sich für 52 Wochen die folgende typische zweidimensionale Verteilung der ‚Zwischenharmonischen‘ mit 33h-Periodizität:

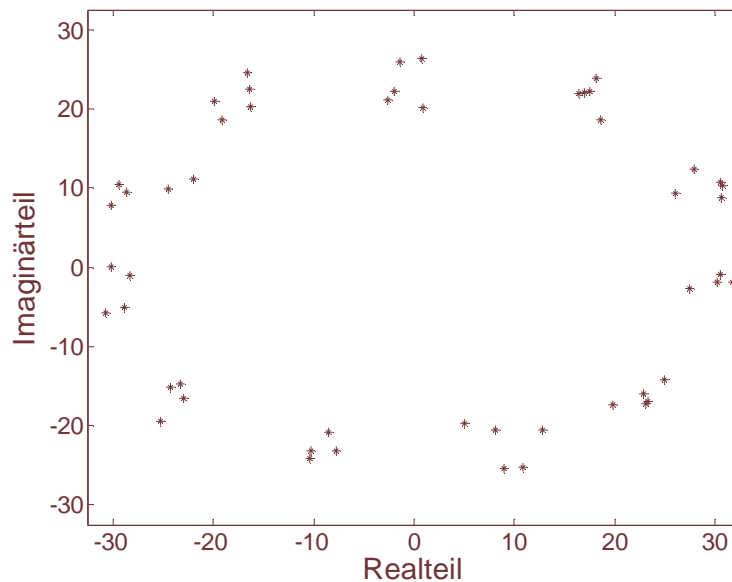


Abb. 3-9 Zweidimensionale Verteilung der 52 Realisierungen des Fouriersummanden mit 33h-Periodizität einer synthetisierten Testzeitreihe  $y(t)$

Die Phasenlage wandert von Woche zu Woche und erzeugt damit eine kreisförmige Verteilung. Das Analyseverfahren würde eine solche Zwischenharmonische aufgrund der sehr hohen resultierenden Streuung in der Ebene mit einer sehr geringen Güte  $Q$  (nach Gleichung 3.3) belegen und damit nicht als determinierten Signalanteil identifizieren. Die für das Testsignal berechnete Gütefunktion bestätigt dies:

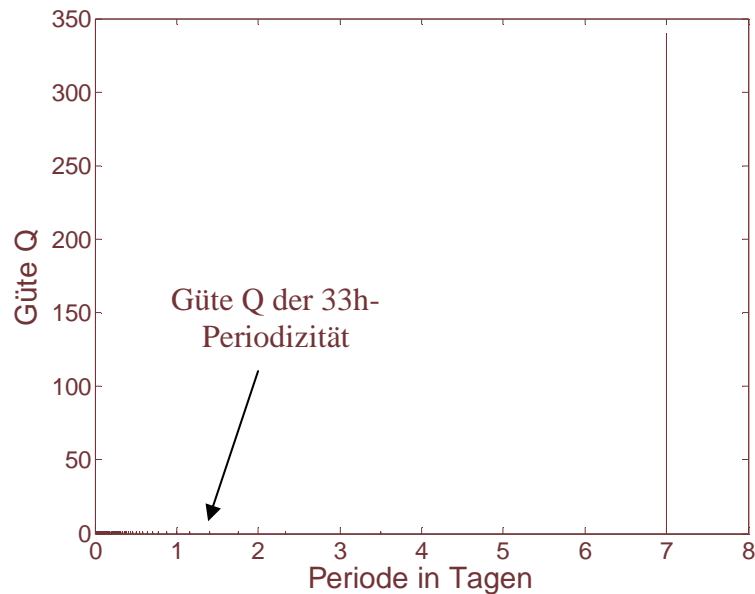


Abb. 3-10 Gütefunktion  $Q$  nach Gleichung 3.3 einer synthetisierten Testzeitreihe mit 33h-Periodizität

Während die Wochenperiodizität vom Verfahren mit einer sehr hohen Güte identifiziert wurde, wurde die 33h-Periodizität (ganz links) mit einer Güte im Bereich der Rauschanteile bewertet.

Gäbe es nun entgegen der Grundhypothese solche „Zwischenharmonischen“ in den gemessenen Lastzeitreihen, so müsste man also bei der Analyse der Zeitreihen solche typischen Verteilungsmuster finden. Dies ist aber bei keiner der untersuchten Lastzeitreihen der Fall gewesen, so dass der gewählte Ansatz für die Analyse von elektrischen Lastzeitreihen des betrachteten Typs als empirisch legitimiert betrachtet wird.

### 3.3 Prozessmodell

#### 3.3.1 *Test des Restsignals auf Weißes Rauschen*

Das Restsignal ist gemäß Abschnitt 3.2.2 gebildet worden. Dieses Signal wird gemäß des Paradigmas der Modellbildung (Abschnitt 3.1) als Zufallssignal aufgefasst. Wenn es sich um sog. Weißes Rauschen handeln würde, könnte für die Modellbildung von der breit ausgebauten Theorie dieses Spezialfalls Gebrauch gemacht werden. Dann könnte man zudem die Restsignale als statistisch unabhängig betrachten und für jede Zeitreihe der Knotenwirk- und Blindleistungen  $\underline{S}_i = P_i + jQ_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) getrennt das Restsignal durch ein Weißes Rauschen mit definierter Signalleistung modellieren.

Weißes Rauschen ist u.a. dadurch gekennzeichnet, dass die spektrale Leistungsdichte konstant sowie die Varianz-Kovarianzmatrix für Lags größer Null eine Null-Matrix ist.

Für den Test auf Weißes Rauschen wird im Folgenden das kumulierte Periodogramm sowie die Autokorrelationsfunktion einer einzelnen Zeitreihe betrachtet. Bei Weißem Rauschen würde die kumulierte spektrale Leistungsdichte linear mit der Frequenz wachsen und die Autokorrelation für Lags größer Null verschwinden. In den Abbildungen 3-11 und 3-12 sind die Ergebnisse der Analyse des nach der im vorigen Kapitel beschriebenen Methode extrahierten Restsignals einer gemessenen Wirkleistungsjahreszeitreihe eines Mittelspannungsnetzes dargestellt.

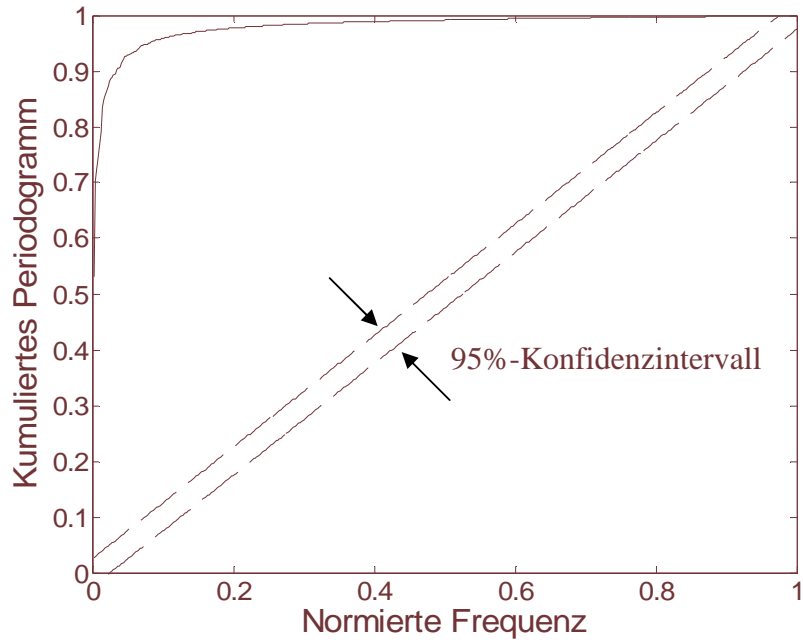


Abb. 3-11 Kumuliertes Periodogramm des extrahierten Restsignals einer gemessenen Wirkleistungsjahreszeitreihe eines Mittelspannungsnetzes mit 95% Konfidenzintervall.

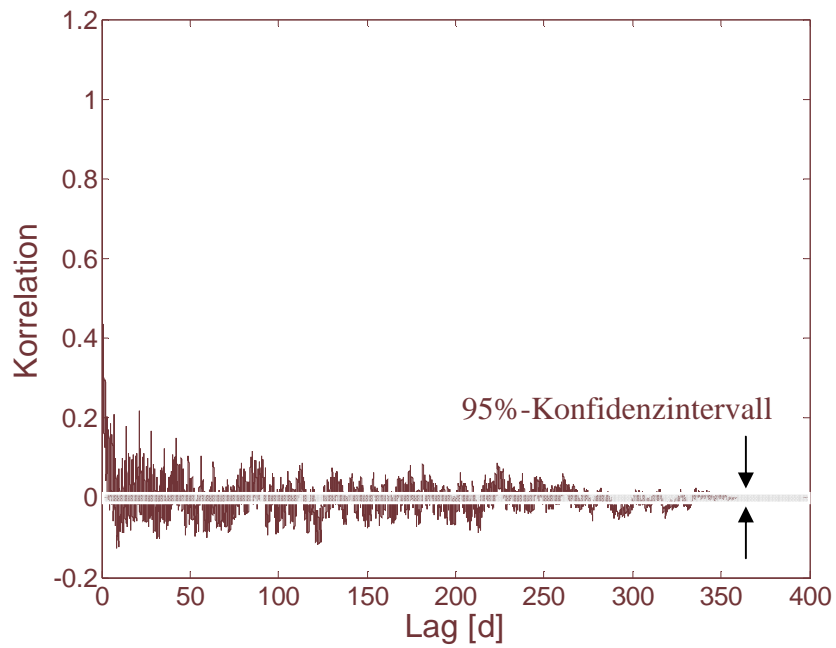


Abb. 3-12 Autokorrelationsfunktion des extrahierten Restsignals einer gemessenen Wirkleistungsjahreszeitreihe eines Mittelspannungsnetzes mit 95% Konfidenzintervall.

Da in beiden Grafiken die Mehrheit aller Werte außerhalb der Konfidenzintervalle liegt, handelt es sich bei dem Restsignal mit hoher Sicherheit um kein Weißes Rauschen, sondern um ein stochastisches Signal mit signifikanter Korrelation.

### 3.3.2 Stationarität des Restsignals

Stationarität im Rahmen der Zeitreihenanalyse bedeutet, dass festgestellte statistische Eigenschaften nicht nur für einzelne Zeitpunkte gelten, sondern zeitinvariant sind.

Ein stochastischer Prozess  $(x_t)_{t \in T}$  heißt schwach stationär, wenn gilt [3]

1.  $E\{x_t\} = m$  ist konstant für alle  $t \in T$
2.  $\text{Var}(x_t) < \infty \quad \forall t \in T$
3.  $\text{Cov}(x_s, x_t) = \text{Cov}(x_{s+r}, x_{t+r}) \quad \forall r, s, t \in T$

Eine Zeitreihe heißt stark stationär, wenn die Verteilung von  $(x_{s+t})_{t \in T}$  nicht vom Index  $s \in T$  abhängt.

Die folgende Abbildung zeigt das im vorigen Abschnitt verwendete mittelwertfreie Restsignal der Wirkleistung eines Mittelspannungsnetzes und, zur Überprüfung des ersten Kriteriums, den dazugehörigen gleitenden Mittelwert. Die Fensterbreite zur gleitenden Mittelwertbildung wurde dabei auf 5000 Werte (52 Tage) festgelegt.



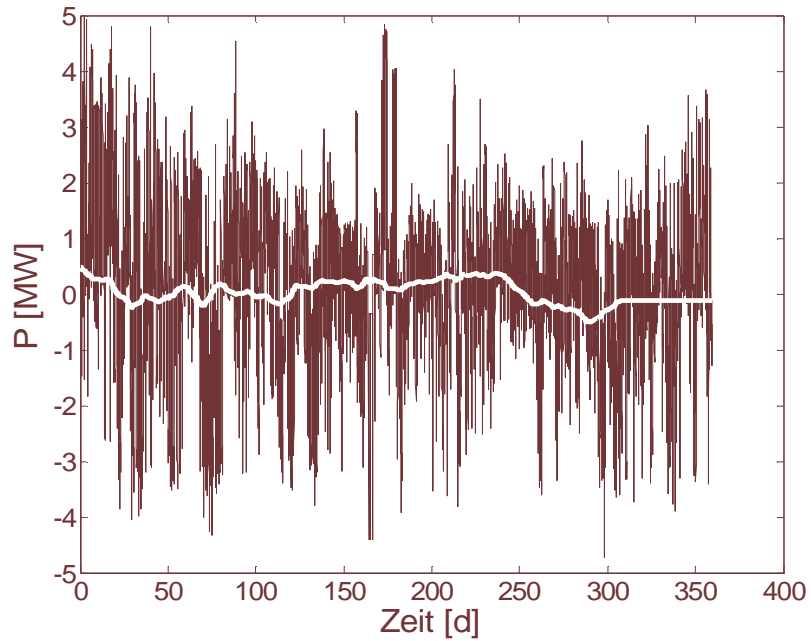


Abb. 3-13 Zeitreihe (schwarz) und gleitender Mittelwert (weiß, Fensterbreite 52 Tage) eines mittelwertfreien Restsignals

Im Verhältnis zur Varianz des Restsignals weist der gleitende Mittelwert des Restsignals eine geringe zeitliche Varianz auf. Ein signifikanter Trend ist nicht identifizierbar.

Das zweite Kriterium besagt lediglich, dass der Zufallsprozess eine endliche Varianz aufweisen muss. Hieraus folgt dann auch, dass der Erwartungswert  $E\{x_t\}$  existiert.

Für eine Überprüfung des dritten Kriteriums für schwache Stationarität, zeigt die folgende Abbildung einen Vergleich der Autokorrelationsfunktionen des ersten und zweiten Halbjahres des Restsignals:

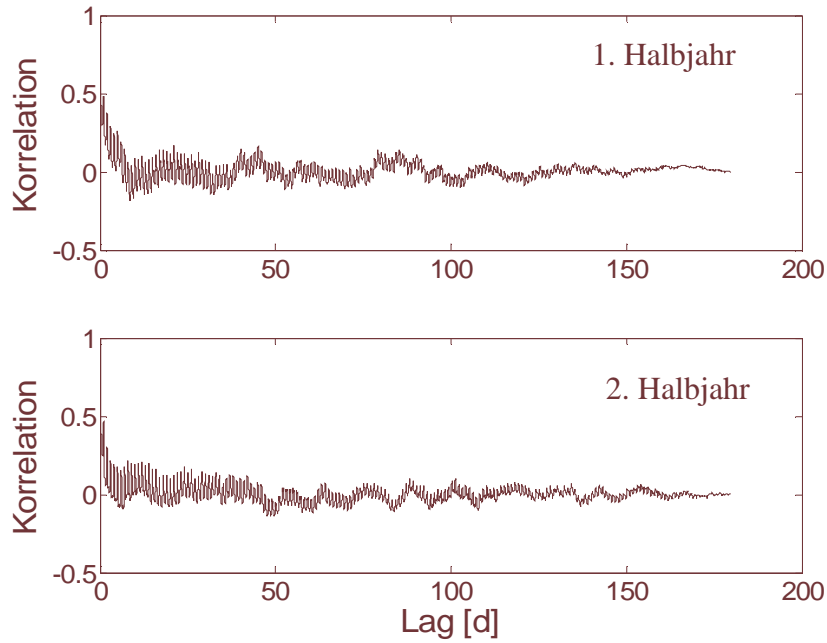


Abb. 3-14 Autokorrelationsfunktionen des ersten und zweiten Halbjahres eines Restsignals

Die Autokorrelationsfunktionen weisen für beide Halbjahre qualitativ ähnliche Verläufe auf.

Die Ergebnisse der Untersuchung der anderen verfügbaren gemessenen Zeitreihen (vgl. Abschnitt 3.1) führen auf bzgl. Abbildung 3.-13 und 3-14 ähnliche Zeitfunktionen. Aus diesem Grunde wird von der Annahme des Vorliegens schwach stationärer Zeitreihen ausgegangen.

### 3.3.3 Yule-Walker-Schätzer [2]

Für einen Autoregressiven Prozess der Modellordnung  $p$  gilt folgende Modellgleichung:

$$(X_t - \mu) = \alpha_1(X_{t-1} - \mu) + \dots + \alpha_p(X_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t \quad (3-14)$$

Dabei sind  $\mu, \alpha_1 \dots \alpha_p$  zu schätzende Parameter.

Eine einfache Schätzfunktion für  $\mu$  ist der Mittelwert der  $N$  Beobachtungen  $X_1, \dots, X_N$ . Der sog. Yule-Walker-Schätzer dient zur Schätzung der Koeffizienten des VAR-Prozesses auf Basis der Kovarianzmatrix des Originalprozesses.

Die Multiplikation von Gleichung 3-14 für  $\mu = 0$  mit  $X_{t-\tau}$  für  $\tau > 0$  und anschließender Bildung der Erwartungswerte für die Summe der Zufallsvariablen liefert den bekannten Zusammenhang zum (Auto-) Kovarianzverhalten, welcher zentral für die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Methodik der Modellbildung für den Prozess ist.

$$E(X_{t-\tau}X_t) = \alpha_1 E(X_{t-\tau}X_{t-1}) + \dots + \alpha_p E(X_{t-\tau}X_{t-p}) + E(X_{t-\tau}\varepsilon_t) \quad (3-15)$$

Die in Gleichung 3-15 auftretenden Kovarianzen  $E(X_{t-\tau}X_p)$  können aus den gemessenen Zeitreihen geschätzt werden und bestimmen damit implizit die Parameter  $\alpha_1 \dots \alpha_p$  des Modells in Form von Gleichung 3-16.

Die Parameter  $\alpha_1 \dots \alpha_p$  werden gemäß dem vorgenannten Ansatz durch den Kleinstquadrataansatz berechenbar. Die  $\alpha_1 \dots \alpha_p$  werden jeweils so bestimmt, dass gilt

$$\sum_{t=p+1}^N \left( x_t - \bar{x} - \sum_{\tau=1}^p \hat{\alpha}_\tau (x_{t-\tau} - \bar{x}) \right)^2 \stackrel{!}{=} \min \quad (3-16)$$

Diese Forderung führt zu den Normalgleichungen

$$\begin{aligned} c_{11}\hat{\alpha}_1 + \dots + c_{1p}\hat{\alpha}_p &= c_{01} \\ c_{21}\hat{\alpha}_1 + \dots + c_{2p}\hat{\alpha}_p &= c_{02} \\ &\dots \\ c_{p1}\hat{\alpha}_1 + \dots + c_{pp}\hat{\alpha}_p &= c_{0p} \end{aligned}$$

mit

$$c_{ij} = \sum_{t=p+1}^N (x_{t-i} - \bar{x})(x_{t-j} - \bar{x}) \quad (3-17)$$

Diese Gleichungen lassen sich nun dadurch vereinfachen, dass die  $c_{ij}$  durch die asymptotisch äquivalenten Größen  $N \cdot c_{|i-j|}$  mit

$$c_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} (x_t - \bar{x})(x_{t+\tau} - \bar{x}) \quad (3-18)$$

ersetzt werden.

Man erhält das folgende Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{p-2} & c_{p-1} \\ c_1 & c_0 & \dots & c_{p-3} & c_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \\ c_{p-1} & c_{p-2} & \dots & c_1 & c_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_p \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

welches ein empirisches Analogon zu den Yule-Walker-Gleichungen darstellt. Die Lösungen  $\alpha_1 \dots \alpha_p$  werden daher auch als Yule-Walker-Schätzer bezeichnet.

### 3.3.4 Stationäre multivariate Prozesse

K univariate stochastische Prozesse  $y_{k,t}$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ , zusammengefasst zu einem stochastischen Prozess  $y'_t = (y_{1,t}, \dots, y_{K,t})$ , bilden einen multivariaten Prozess.

Der Vektor der Erwartungswerte und die Autokovarianzmatrix zur h-ten Verzögerung sind gegeben durch:

$$\mu_t = \begin{bmatrix} \mu_{1,t} \\ \vdots \\ \mu_{k,t} \end{bmatrix}, \quad (3-20)$$

$$\Gamma_y(h, t) = \text{Cov}(y_t, y_{t+h}) = E((y_t - \mu_t)(y_{t+h} - \mu_{t+h})') \quad (3-21)$$

Das VAR(p)-Modell ist wie folgt definiert:

$$y_t = m + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \text{iid}(0, \Sigma), \quad m \in \mathbb{R} \quad (3-22)$$

Das Modell besteht zu jedem Zeitpunkt  $t$  aus  $K$  Gleichungen mit jeweils  $Kp+1$  Regressoren, welche für festes  $t$  in jeder der  $K$  Gleichungen identisch sind.  $m$  ist der Erwartungswert (Gleichanteil) des Prozesses und  $\varepsilon_t$  ist ein gleichverteilter Rauschprozess.

### 3.3.5 Yule-Walker-Schätzer für das VAR-Modell [3]

Für die Autokovarianzmatrizen eines stationären VAR(p)-Modells gilt:

$$\Gamma_y(h) = \Gamma_y(h-1)A'_1 + \dots + \Gamma_y(h-p)A'_p, \quad h > 0 \quad (3-23)$$

Diese Rekursionsbeziehung ist auch unter dem Namen Yule-Walker-Gleichungen bekannt.

Für  $h = 1, \dots, p$  erhält man das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_y(1) \\ \vdots \\ \Gamma_y(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_y(0) & \dots & \Gamma_y(-p+1) \\ \vdots & & \vdots \\ \Gamma_y(p-1) & \dots & \Gamma_y(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'_1 \\ \vdots \\ A'_p \end{pmatrix} = \Gamma_p A' \quad (3-24)$$

$\Gamma_y(p)$  sind dabei die Kovarianzmatrizen des VAR(p)-Prozesses zum Lag  $h = 1 \dots p$  und  $A = (A_1, \dots, A_p)$  ist der Vektor der Koeffizientenmatrizen des VAR(p)-Prozesses.

Ersetzt man nun  $\Gamma_y(h)$  durch den konsistenten Schätzer

$$\hat{\Gamma}_y(h) = E\left((y_t - \bar{y})(y_{t+h} - \bar{y})'\right), \quad (3-25)$$

so erhält man den Yule-Walker-Schätzer der autoregressiven Matrizen:

$$\hat{A}_{YW} = \left(\hat{\Gamma}_y(1)', \dots, \hat{\Gamma}_y(p)'\right) \left(\hat{\Gamma}_p'\right)^{-1} \quad (3-26)$$

Dieser Schätzer ist konsistent und asymptotisch äquivalent zum Kleinstquadrat-Schätzer, dem er allerdings in endlichen Stichproben unterlegen ist.

### 3.3.6 Stationarität des VAR-Modells [3]

Betrachtet wird zuerst der VAR(1) Prozess:

$$y_t = m + A_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3-27)$$

Die Stationarität oder Stabilität hängt von den Eigenwerten der Matrix  $A_1$  ab. Folgender Satz sagt: Hat eine quadratische Matrix  $A$  nur Eigenwerte innerhalb des Einheitskreises, so strebt  $A^j$  mit wachsendem  $j$  gegen die Nullmatrix.

**Satz:** Es sei  $A_1$  eine quadratische Matrix der Dimension  $K$  mit

$$A_1^j = \left( a_{k,l}^{(j)} \right)_{k,l=1 \dots K} \quad (3-28)$$

Unter der Bedingung

$$\begin{aligned} |A_1 - \lambda \cdot I_K| = 0 & \Rightarrow |\lambda| < 1 \\ & \Leftrightarrow \\ |I_K - A_1 \cdot z| = 0 & \Rightarrow |z| > 1 \end{aligned} \quad (3-29)$$

mit  $\lambda, z \in C$  gilt:  $y_t$  ist stationär.

Wobei  $\lambda$  den Vektor der Eigenwerte der Matrix  $A$ ,  $z$  den Kehrwert dieses Vektors und  $I$  die Einheitsmatrix darstellt.

Dieser Satz gilt in gleicher Weise für den allgemeinen Fall des VAR(p) Prozesses.

### 3.4 Erweiterung des Prozessmodells für fragmentarische Messreihensätze

#### 3.4.1 Konzept zur synthetischen Erweiterung von Kovarianzmatrizen

In den folgenden Abschnitten wird das aus der Literatur [2,3] bekannte VAR-Prozessmodell erweitert, um auch bei fragmentarischen Messreihensätzen (d.h. unvollständig besetzten Kovarianzmatrizen) geeignete Schätzungen liefern zu können. Dies ist für die Praxisrelevanz der vektorprozessbasierten PLF von entscheidender Bedeutung, da (wie bereits beschrieben) häufig keine gemessene Zeitreihen der Knotenleistungen zur Verfügung stehen.

Das Gleichungssystem des VAR-Modells basiert auf den Autokovarianzmatrizen der zu modellierenden Vektorzeitreihe zum Lag  $h = 1 \dots p$ . Die Autokovarianzmatrizen einer z.B. dreistelligen Vektorzeitreihe haben dabei folgende Struktur:

$$\Gamma_y(h) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(h) & \Gamma_{12}(h) & \Gamma_{13}(h) \\ \Gamma_{21}(h) & \Gamma_{22}(h) & \Gamma_{23}(h) \\ \Gamma_{31}(h) & \Gamma_{32}(h) & \Gamma_{33}(h) \end{bmatrix}, h = 1, \dots, p \quad (3-30)$$

Die Diagonalelemente repräsentieren dabei die Autokovarianz zum Lag  $= h$  und die Nichtdiagonalelemente die Kreuzkovarianzen zum Lag  $= h$ . Liegen für die drei interessierenden Zeitreihen z.B. nur zwei gemessen vor, kann nur ein Teil der Elemente der Kovarianzmatrizen mittels der empirischen (aus den gemessenen Zeitreihen bestimmten) Kovarianzen geschätzt werden. Der Rest ist ‚geeignet‘ aufzufüllen. Hinweise für die Eignung bietet das Schrifttum kaum.

Grundidee des hier verfolgten Modellansatzes ist die Vermutung der Existenz einer ‚durchschnittlichen‘ Autokovarianzfunktion sowie einer ‚durchschnittlichen‘ Kreuzkovarianzfunktion zwischen den Restsignalverläufen des betrachteten Typs von Mittelspannungsnetzen. Diese können dann zur Modellierung von Lastzeitreihen für Mittelspannungsnetze verwendet werden, für die keine gemessenen Zeitverläufe vorliegen. Entsprechend dem Grundsatz der Statistik, dass der Erwartungswert die beste Schätzung darstellt, dienen also die gemittelten statistischen Eigenschaften aller gemessenen Zeitverläufe als beste Schätzung für die statistischen Eigenschaften der nicht gemessenen Zeitverläufe. Als Plausibilisierung dieser Vorgehensweise wird die



folgende Hypothese aufgestellt und auf Basis der Messdaten von vier Mittelspannungsnetzen mit ähnlichen Makroeigenschaften überprüft.

### Hypothese:

*Das statistische Zeitverhalten des elektrischen Leistungsbedarfs aggregierter Standardverbraucher wird vor allem durch regional ähnliche gesellschaftliche Zyklen geprägt, und nur zu einem geringen Teil durch individuelle Ereignisse.*

### Empirischer Befund:

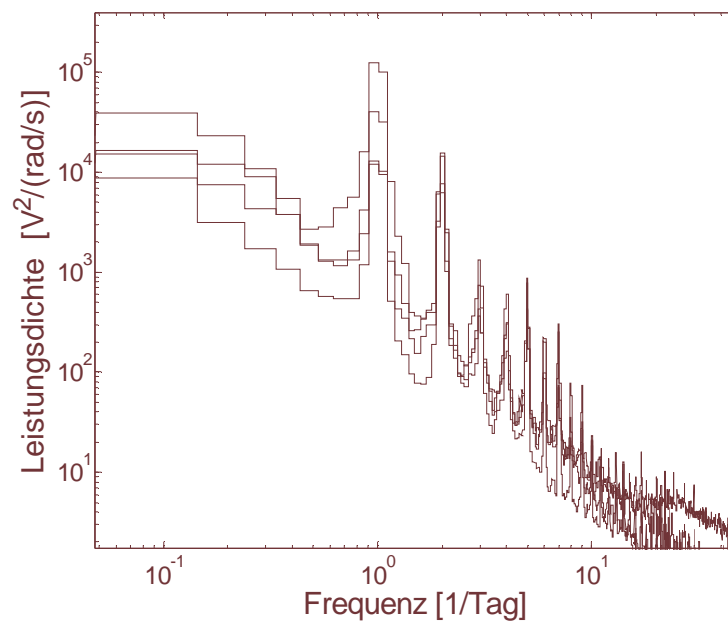


Abb. 3-15 Leistungsdichtespektren von gemessenen Jahreszeitreihen des Wirkleistungsbezuges von vier durch Standardverbraucher geprägten Mittelspannungsnetzen (Länge 1 Jahr, Auflösung 15 Minuten)

Tabelle 3-2 Matrix der Korrelationskoeffizienten der gemessenen Wirkleistungszeitreihen von vier Mittelspannungsnetzen (Länge 1 Jahr, Auflösung 15 Minuten)

	MS-NETZ 1	MS-NETZ 2	MS-NETZ 3	MS-NETZ 4
MS-Netz 1	1.0	0.35	0.26	0.49
MS-Netz 2	0.35	1.0	0.41	0.45
MS-Netz 3	0.26	0.40	1.0	0.45
MS-Netz 4	0.49	0.45	0.45	1.0

Die Darstellung der Spektralen Leistungsdichten der vier Mittelspannungsnetze sowie die Matrix der Korrelationskoeffizienten bestätigen in diesem Fall die Hypothese. Betrachtet man die spektralen Leistungsdichten, so stimmen die Funktionsverläufe qualitativ gut überein. Sie weisen alle bei den gleichen Frequenzen ähnliche Spitzen auf, d.h. sie weisen die gleichen Rhythmen wie Wochen-, Tages- und Halbtagesrhythmus auf. Der durch den Korrelationskoeffizienten quantifizierte statistische Zusammenhang zwischen den Zeitverläufen weist ebenfalls gleiche Größenordnungen auf.

Das VAR-Modell für den Vektorprozess eines aus ‚durchschnittlichen‘ Knotenleistungen bestehenden Lastprozesses besteht dementsprechend aus symmetrischen Autokovarianzmatrizen, deren Diagonalelemente durch die gemittelte Autokovarianz  $\Gamma_{AKF}(h)$  und die Nichtdiagonalelemente durch die mittlere Autokovarianz  $\Gamma_{KKF}(h)$  besetzt sind:

$$\bar{\Gamma}_y(h) = \begin{bmatrix} \Gamma_{AKF}(h) & \Gamma_{KKF}(h) & \Gamma_{KKF}(h) \\ \Gamma_{KKF}(h) & \Gamma_{AKF}(h) & \Gamma_{KKF}(h) \\ \Gamma_{KKF}(h) & \Gamma_{KKF}(h) & \Gamma_{AKF}(h) \end{bmatrix} \quad (3-31)$$

Dabei gilt für die Bildung der durchschnittlichen Kreuzkovarianz zum Lag  $h$

$$\Gamma_{AKF}(h) = \frac{1}{k} \sum_{i,j=1}^k (\Gamma_{ij}) \quad , \text{ für alle } i = j \quad (3-32)$$

sowie für die Bildung der durchschnittlichen Autokovarianz zum Lag  $h$

$$\Gamma_{KKF}(h) = \frac{1}{k} \sum_{i,j=1}^k (\Gamma_{ij}) \quad , \text{ für alle } i \neq j \quad (3-33)$$

wobei  $k$  die Anzahl der gemessenen Zeitreihen und damit die Dimension des Vektorprozesses angibt.

Die mittlere Autokovarianzfunktion wird also gebildet, indem in jeder Varianz-Kovarianzmatrix zum Lag  $h$  der Mittelwert der Diagonalelemente gebildet wird. Die mittlere Kreuzkovarianzfunktion wird dementsprechend gebildet, indem in jeder Varianz-Kovarianzmatrix zum Lag  $h$  der Mittelwert der Nichtdiagonalelemente gebildet

wird. Das VAR-Modell für die nicht determinierten Signalanteile der durchschnittlichen Knotenleistung ist also durch die durchschnittliche Kreuzkovarianzfunktion zwischen zwei Knotenleistungen sowie durch die durchschnittliche Autokovarianzfunktion der Knotenleistungen definiert.

	P1	P2	P3	Q1	Q2	Q3
P1	I	12	13	14	15	II
P2	21	22	23	24	25	26
P3	31	32	33	34	35	36
Q1	41	42	43	44	45	46
Q2	51	52	53	54	55	56
Q3	III	62	63	64	65	IV

Abb. 3-16 Struktur der Varianz-Kovarianzmatrix für einen dreistelligen P-Q-Prozess

#### Belegung der Varianz-Kovarianzmatrix:

Elemente der Hauptdiagonalen:

Autokovarianzen der Wirk- und Blindleistungen

Diagonalelemente der Quadranten II und III:

Kovarianzen zwischen Wirk- und Blindleistung derselben Knotenleistung

Nebendiagonalelemente des Quadranten I:

Kovarianzen zwischen den Wirkleistungen verschiedener Knotenleistungen

Nebendiagonalelemente der Quadranten II und III:

Kovarianzen zwischen den Wirk- und Blindleistungen verschiedener Knotenleistungen

Nebendiagonalelemente des Quadranten IV:

Kovarianzen zwischen den Blindleistungen verschiedener Knotenleistungen

### 3.4.2 Eigenschaften von Kovarianzmatrizen

Umfangreiche Testreihen zur Modellierung gemessener Lastzeitreihen durch das HVAR-Modell haben gezeigt, dass das VAR-Modell nach Gleichung 3-19 zur Synthese des Restsignalprozesses bei Vorgabe einer mit Erwartungswerten erweiterten Varianz-Kovarianzmatrix nicht in allen Fällen konvergierende Prozesse erzeugt. In Abhängigkeit von dem gemittelten Lastprozess sowie der Parametrierung des Modells wurden mit zunehmender Dimension der erzeugten Prozesse Koeffizientenmatrizen erzeugt, welche zu divergierenden Zeitreihen führten. Charakteristisch war dabei, dass die gemittelte Varianz-Kovarianzmatrix in allen Fällen der Nichtkonvergenz mindestens einen negativen Eigenwert besaß. Um Ansätze für eine Erklärung für dieses Phänomen zu gewinnen, werden im Folgenden die Eigenschaften von (Kovarianz-) Matrizen mit den Eigenschaften von denjenigen Matrizen verglichen, welche durch die o.g. Erweiterung entstehen.

Die Eigenwerte einer Matrix sind die Nullstellen des charakteristischen Polynoms:

$$\Pi(\lambda) = \det(A - \lambda * E) = 0 \quad (3-34)$$

- Eine Matrix mit negativen Eigenwerten ist nicht positiv definit.
- „Eine Kovarianzmatrix mit negativen Eigenwerten ist keine Kovarianzmatrix“ [5]
- Symmetrische reell besetzte Matrizen haben nur reelle Eigenwerte [6]. Eine quadratische Matrix heißt symmetrisch, wenn sie mit ihrer Transponierten, d.h. mit der an der Hauptdiagonalen gespiegelten Matrix, übereinstimmt.
- Die Spur einer Matrix, ihr Determinantenwert und die Eigenwerte einer Matrix sind in besonderer Weise miteinander verknüpft. Unter der Spur einer Matrix versteht man die Summe ihrer Diagonalelemente. Die Spur einer Matrix ist die Summe ihrer Eigenwerte.
- Die Determinante einer Matrix ist das Produkt ihrer Eigenwerte.
- Bei Dreiecksmatrizen sind die Diagonalelemente die Eigenwerte der Matrix.

Eigenschaften der Kovarianzfunktion eines stationären stochastischen Prozesses [9]

- (i) Für alle  $h \in \mathbb{Z}$  ist  $\Gamma(h) = \Gamma(-h)'$ ;
- (ii) Für alle  $h \in \mathbb{Z}$  ist  $|\gamma_{ij}(h)| \leq \sqrt{\gamma_{ii}(0) \gamma_{jj}(0)}$ ;
- (iii) Für jedes  $i = 1, \dots, n$  ist  $\gamma_{ij}(h)$  eine univariate Autokovarianzfunktion
- (iv)  $\sum_{r,k=1}^m a_r' \Gamma(r-k) a_k \geq 0$  für alle  $m \in \mathbb{N}$  und alle  $a_1, \dots, a_m \in \mathbb{R}^n$

Eine wesentliche Ursache für das Auftreten negativer Eigenwerte der Varianz-Kovarianzmatrizen wird in der Länge der zur Verfügung stehenden Zeitreihen vermutet. Die endliche Zeitreihenlänge führt bereits bei der Schätzung der Varianz-Kovarianzmatrix der gemessenen Zeitreihen zu signifikanten Unschärfen. Auch ist das Stationaritätskriterium bei den real gemessenen Zeitreihen endlicher Länge vermutlich nicht hinreichend erfüllt.

### 3.4.3 Konvergenz bei synthetischer Erweiterung von Kovarianzmatrizen

In diesem Unterkapitel soll an exemplarischen Untersuchungen gezeigt werden, unter welchen Bedingungen das Verfahren der Erweiterung einer Varianz-Kovarianzmatrix mit Erwartungswerten zu positiv-definiten Matrizen führt. Dazu wurden jeweils 29 Realisierungen unterschiedlicher Zufallsprozesse  $x$ , bestehend aus jeweils einem Zeitreihenpaar, generiert. Anschließend wurde zu jedem Zufallsprozess die Varianz-Kovarianzmatrix über 20 Lags bestimmt. Für die Bestimmung der Kovarianzmatrizen wurde ein ‚verzerrter‘ Kovarianzschätzer verwendet, da unverzerrte Schätzverfahren nicht immer positiv definite Varianz-Kovarianzmatrizen liefern.

$$\Gamma(h) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-h} (x(t) - \bar{x}) \cdot (x(t+h) - \bar{x}) \quad (3-35)$$

mit

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x(t)$$

Unverzerrte Schätzer verwenden für die Mittelwertbildung an dieser Stelle nicht  $T$ , sondern  $T-h$  Werte.

Die Prozessdimension der Varianz-Kovarianzmatrix wird dann von 2 auf 5 erhöht, indem für die fehlenden Auto- und Kreuzkovarianzen Erwartungswerte eingesetzt werden. Die vergrößerte Varianz-Kovarianzmatrix zum Lag = h hat damit folgende Struktur:

	A	B	C1	C2	C3
A	$\Gamma_{AA}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$
B	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{BB}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$
C1	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{ABC}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$
C2	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{ABC}(h)$	$\Gamma_{AB}(h)$
C3	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{BA}(h)$	$\Gamma_{ABC}(h)$

Abb. 3-17 Struktur einer mit Erwartungswerten erweiterten Varianz-Kovarianzmatrix

Der Erwartungswert der Kreuzkovarianz ergibt sich als der Kreuzkovarianzwert  $\Gamma_{AB}(h)$  selbst, da nur dieser Wert zur Verfügung steht. Der Erwartungswert der Autokovarianz  $\Gamma_{ABC}(h)$  der erweiterten Kovarianzmatrizen wird als Erwartungswert der Autokovarianzen der beiden Zeitreihen A und B berechnet:

$$\Gamma_{ABC}(h) = \frac{\Gamma_{AA}(h) + \Gamma_{BB}(h)}{2} \quad (3-36)$$

Um die Eigenschaften der so erweiterten Varianz-Kovarianzmatrix einer geeigneten Bewertung zu unterziehen, wird nachfolgend eine Gütefunktion  $G_E(T)$  eingeführt:

$$G_E(T) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N EE_i}{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}} \quad (3-37)$$

$$\text{mit } x_i = EO_i - EE_i$$

Die Güte ist hierbei ein Maß für die durchschnittliche Abweichung des kleinsten Eigenwertes der erweiterten Varianz-Kovarianzmatrix vom kleinsten Eigenwert der Originalmatrix, quantifiziert durch die Standardabweichung aller 29 Prozessrealisierungen. Hierbei gilt: je größer die Abweichung, desto geringer die Güte. Da die Höhe des kleinsten Eigenwertes selbst ein wesentliches Maß für die Gutartigkeit

einer Matrix ist, geht diese ebenfalls als Erwartungswert aller 29 Realisierungen mit in die Gütefunktion ein.

Als zweites Maß für die Eigenschaften der erweiterten Varianz-Kovarianzmatrix wird die Kondition der Matrizen herangezogen. Je kleiner der Konditionswert einer Matrix ist, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie singulär und damit nicht mehr invertierbar ist.

Die Ergebnisse der exemplarischen Untersuchungen finden sich im Anhang A.

#### ***3.4.4 Bewertung einer synthetischen Erweiterung von Kovarianzmatrizen***

Folgende Einflussgrößen auf das Eigenwertspektrum der Varianz-Kovarianzmatrix lassen sich, unterstützt durch die exemplarischen Untersuchungen, identifizieren:

1. Verwendeter Algorithmus zur Schätzung der Varianz-Kovarianzmatrix: Nur der verzerrte Schätzer liefert immer positiv-definite Matrizen für den Originalprozess.
2. Zeitreihen mit unsymmetrischer Kreuzkorrelationsfunktion liefern entsprechend unsymmetrische Kreuzkorrelationsmatrizen. Die Erwartungswerte sind deshalb entsprechend getrennt für die obere und untere Dreiecksmatrix zu bilden.
3. Länge der zugrunde liegenden Zeitreihen: Je länger die vorhandene Realisierung des Prozesses, desto gutmütiger wird die Varianz-Kovarianzmatrix.
4. Korrelationsverhalten bzw. Eigenschaften der zugrunde liegenden Zeitreihen.
5. Anzahl der Lags: Je höher die Lagzahl, desto ‚kritischer‘ das Eigenwertspektrum der Varianz-Kovarianzmatrix.
6. Prozessgröße: Je größer der Prozess, desto ‚kritischer‘ das Eigenwertspektrum der Varianz-Kovarianzmatrix.

#### ***Abgeleitete Hypothese:***

*Der kleinste Eigenwert einer mit Erwartungswerten vergrößerten Matrix der Varianz-Kovarianzfunktion konvergiert für  $T \rightarrow \infty$  gegen den kleinsten Eigenwert der Matrix der Varianz-Kovarianzfunktion der Originaldaten.*

Für die praktische Anwendung des Verfahrens ergibt sich aus der obigen Hypothese, dass bei einer möglichen Nichtkonvergenz des VAR-Modells zur Restsignalnachbildung die Länge und/oder Anzahl der zugrunde gelegten Originalzeitreihen zu erhöhen ist. Falls dies nicht möglich ist, ist die Approximationsgüte - also die Anzahl der Lags bis zu der die Varianz-Kovarianzmatrix gebildet werden soll - zu verringern.

### ***3.4.5 Eignungen verschiedener Repräsentationen der komplexen Leistung***

Das Lastmodell sollte in der Lage sein, das Zeitverhalten der komplexen Leistung, d.h. den zeitlichen Zusammenhang zwischen Wirk- und Blindleistung, korrekt wiederzugeben, da dies zentrale Bedeutung für die bei einer Lastflussberechnung betrachteten Größen hat. Für die Wiedergabe durch Zeitreihen in einem Lastflussmodell ist dazu wahlweise die Modellierung eines der folgenden Wertepaare erforderlich: Wirkleistung und Blindleistung, Wirkleistung und Phasenwinkel oder auch Blindleistung und Phasenwinkel. Dabei stellt sich die Frage, ob es einen Einfluss auf die Approximationsgüte hat, welches der Wertepaare man nun durch das HVAR-Modell approximiert. Dies soll im Folgenden exemplarisch für die beiden Wertepaare Wirk- und Blindleistung sowie Wirkleistung und Phasenwinkel näher untersucht werden. Hierzu wurden hoch aufgelöste Messdaten eines Mittelspannungsnetzes (vgl. Abschnitt 3.1) zugrunde gelegt, da bei diesen Messungen der Phasenwinkel explizit gemessen wurde.

### ***3.4.6 Phasenspektrum zwischen Wirk- und Blindleistung***

Die Analyse der Restsignalzeitverläufe des elektrischen Leistungsbedarfs von Mittelspannungsnetzen im Frequenzbereich hat in allen untersuchten Fällen ein sehr eng begrenztes Phasenspektrum zwischen den Restsignalzeitverläufen der Wirk- und Blindleistung derselben Last ergeben. Die nachfolgend dargestellte Funktion des komplexen Übertragungswinkels zeigt dies deutlich. Der Phasenwinkel ist bis in den höherfrequenten Bereich auf etwa  $\pm 50^\circ$  beschränkt.



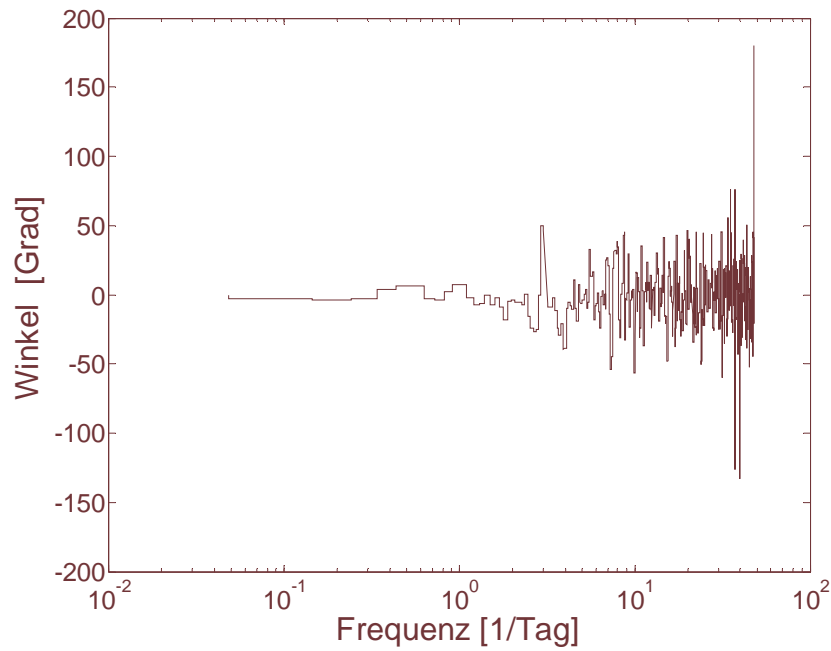


Abb. 3-18 Phasenspektrum zwischen gemessenen Restsignalzeitverläufen des Wirk- und Blindleistungsbezuges eines Mittelspannungsnetzes

Um erklären zu können, wodurch dieses möglicherweise charakteristische Verhalten im Frequenzbereich begründet ist, wird im Folgenden der Zeitverlauf des Phasenwinkels des elektrischen Leistungsbedarfs eines Mittelspannungsnetzes betrachtet:

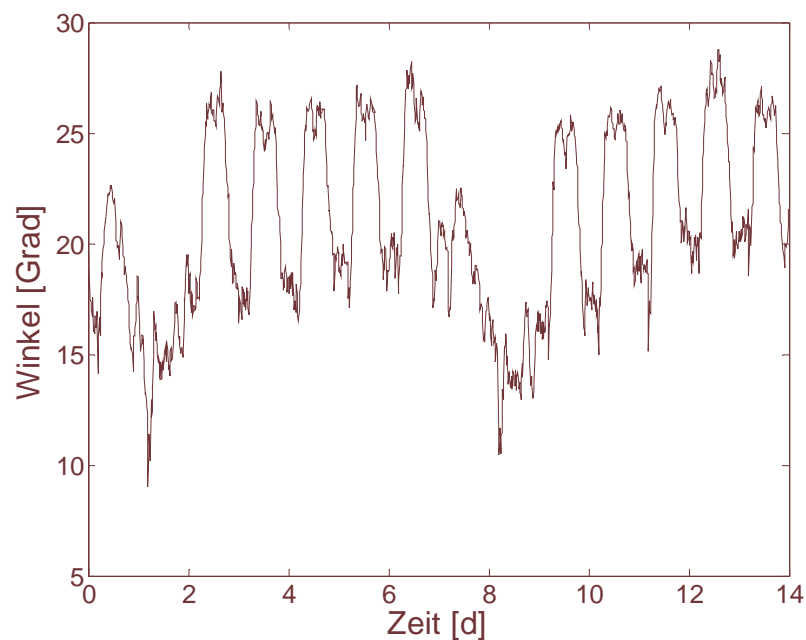


Abb. 3-19 Gemessener Zeitverlauf des Phasenwinkels des elektrischen Leistungsbedarfs eines Mittelspannungsnetzes über 14 Tage

Der Phasenwinkelverlauf zeigt hier eine Schwankungsbreite von nur etwa 20 Grad. Der Zeitverlauf zeigt dabei, ähnlich wie der Zeitverlauf der Wirklast, klare Wochen und

Tagesrhythmen. Da die Zeitverläufe von Wirk- und Blindleistung somit sehr eng gekoppelt sind ( $P = Q \cdot \cos(\Phi)$ ), ist aus Sicht des Autors das eng begrenzte Phasenspektrum im Frequenzbereich erklärlich.

Um nun zu untersuchen, ob die Wahl des Wertepaares Einfluss auf die korrekte Wiedergabe des Phasenspektrums hat, wurden dem VAR-Modell zur Restsignalnachbildung zwei Restsignalprozesse des hoch aufgelöst vermessenen Mittelspannungsnetzes vorgegeben. Der erste Prozess besteht aus den Restsignalzeitreihen der Wirkleistung und der Blindleistung. Der zweite Prozess besteht aus den Restsignalzeitreihen von Wirkleistung und Phasenwinkel. Aus den approximierten Signalen von Wirkleistung und Phasenwinkel wurde dann der Zeitverlauf der Blindleistung berechnet. Für diese, auf zwei unterschiedlichen Wegen gewonnenen, approximierten Restsignalzeitverläufe von Wirk- und Blindleistung wurde nun jeweils das Phasenspektrum berechnet:

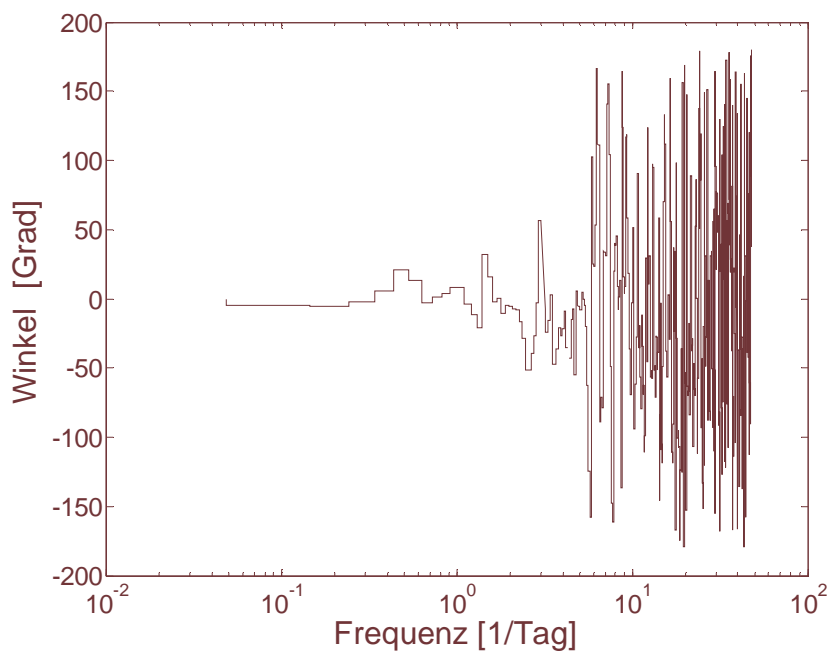


Abb. 3-20 Resultierendes Phasenspektrum der Approximation gemessener Restsignalzeitverläufe von Wirk- und Blindleistung eines Mittelspannungsnetzes

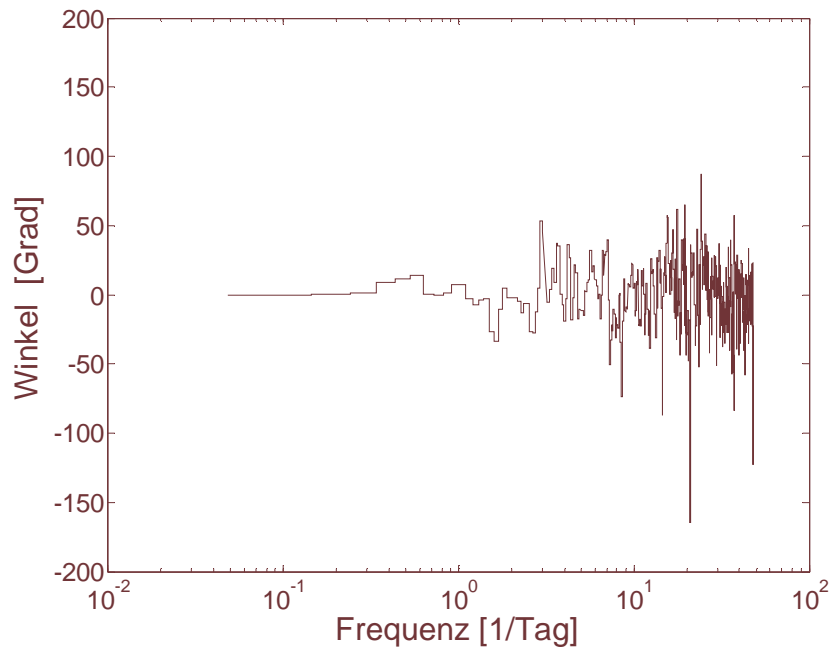


Abb. 3-21 Resultierendes Phasenspektrum der Approximation gemessener Restsignalzeitverläufe von Wirkleistung und Phasenwinkel eines Mittelspannungsnetzes

Es zeigt sich, dass das eng begrenzte Phasenspektrum nur bei der Approximation der gemessenen Restsignalzeitverläufe von Wirkleistung und Phasenwinkel hinreichend genau wiedergegeben wurde. Dieses Approximationsverhalten des VAR-Modells hat sich bei der Analyse aller zur Verfügung stehenden Zeitreihen gezeigt. Erklären lässt sich dieses Modellverhalten möglicherweise wie folgt:

Das VAR-Modell basiert auf der Varianz-Kovarianzmatrix des zugrunde gelegten Vektorprozesses. Das Phasenspektrum kann bei diesem Modell also nicht direkt vorgegeben werden, da es sich um ein Zeitbereichsmodell handelt. Ein stochastischer Prozess ist zwar vollständig über seine Varianz-Kovarianzmatrix definiert, d.h. bei korrekter Wiedergabe des Kovarianzverhaltens wird folglich auch das Phasenspektrum korrekt wiedergegeben, jedoch führen offensichtlich bereits geringe Abweichungen zu einer fehlerhaften Wiedergabe. Da das VAR-Modell nur eine Approximation des realen Kovarianzverhaltens darstellt, ist das Zugrundelegen von Wirk- und Blindleistungszeitreihen somit deutlich sensiver. Im Folgenden ist die Approximationsgüte des VAR-Modells bezüglich des Auto- und Kreuzkovarianzverhaltens exemplarisch für die Restsignale der gemessenen Wirk- und Blindleistung eines Mittelspannungsnetzes dargestellt. Es treten signifikante Abweichungen zwischen den Kovarianzverläufen des gemessenen und des durch das

VAR-Modell synthetisierten Signals auf, welche offensichtlich zur fehlerhaften Wiedergabe des Phasenspektrums führen.

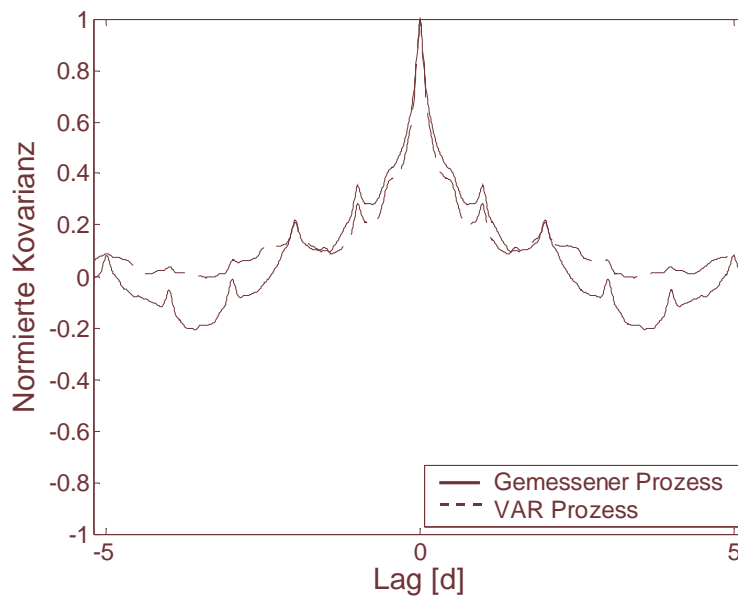


Abb. 3-22 Autokovarianzfunktion einer Wirkleistungszeitreihe, durchgezogen: gemessenes Signal, gestrichelt: approximiertes Signal

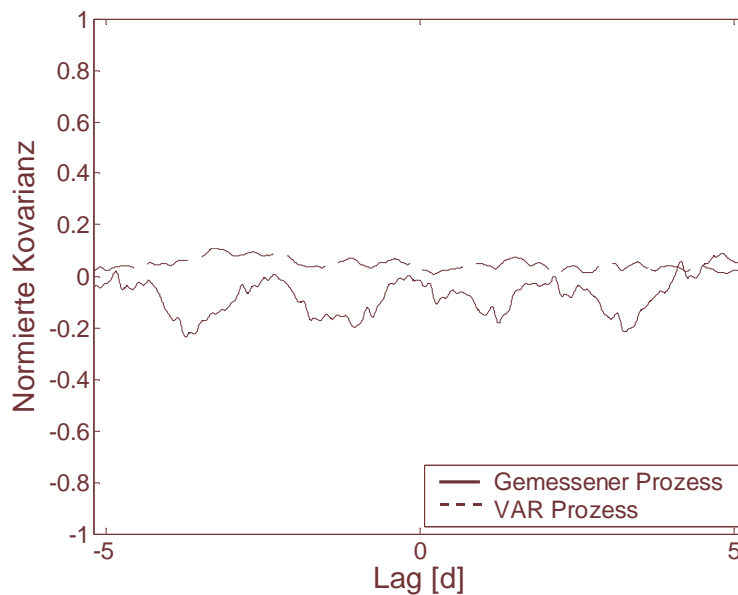


Abb. 3-23 Kreuzkovarianzfunktion zwischen Wirk- und Blindleistungssignal eines Mittelspannungsnetzes, durchgezogen: gemessenes Signal, gestrichelt: approximiertes Signal

Naturgemäß wird das Kovarianzverhalten bei Zugrundelegung von Wirkleistung und Phasenwinkel ebenfalls nur mit einer endlichen Approximationsgüte wiedergegeben. Die empirischen Untersuchungen deuten jedoch darauf hin, dass die dort auftretenden Abweichungen einen wesentlich geringeren Einfluss auf die korrekte Wiedergabe des Phasenspektrums haben. Der Versuch einer Begründung für die Sensitivität des Phasenwinkels gegenüber Abweichungen in den Zeitverläufen von Wirkleistung und Blindleistung soll im Folgenden durch die Betrachtung des totalen Differentials der jeweiligen Bestimmungsgleichung unternommen werden.

### 3.4.7 Empfindlichkeit des Phasenwinkels

Der Phasenwinkel  $\varphi$  berechnet sich wie folgt:

$$\varphi = a \tan \frac{Q}{P} \quad (3-38)$$

Um die Empfindlichkeit des Phasenwinkels  $d\varphi$  gegenüber Änderungen der Wirk- und Blindleistung zu ermitteln, wird das totale Differential dieser Gleichung gebildet:

$$d\varphi = \frac{\partial}{\partial Q} \left( a \tan \frac{Q}{P} \right) dQ + \frac{\partial}{\partial P} \left( a \tan \frac{Q}{P} \right) dP \quad (3-39)$$

Die Empfindlichkeit  $d\varphi$  des Phasenwinkels gegenüber Fehlern in den Zeitreihen von Wirk- und Blindleistung ergibt sich dann wie folgt:

$$d\varphi = \frac{1}{P \left( 1 + \frac{Q^2}{P^2} \right)} - \frac{Q}{P^2 \left( 1 + \frac{Q^2}{P^2} \right)} \quad (3-40)$$

Die Empfindlichkeit  $d\varphi$  des Phasenwinkels hat dabei die Einheit rad/VA

Für den zu betrachtenden Wertebereich von Wirk- und Blindleistung werden die entsprechenden Restsignale eines Mittelspannungsnetzes betrachtet:

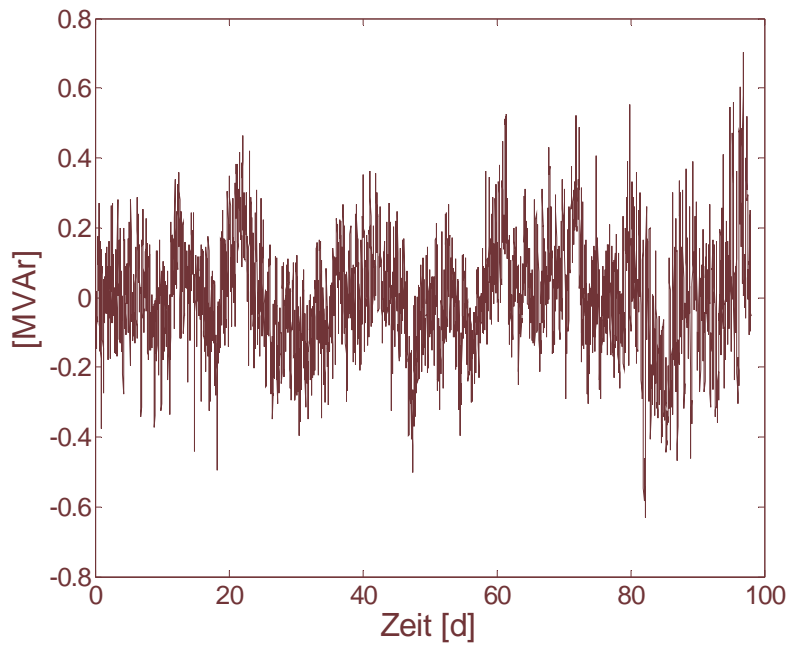


Abb. 3-24 Zeitverlauf des Restsignals einer gemessenen Zeitreihe des Blindleistungsbezugs eines Mittelspannungsnetzes

Der Wertebereich wird für beide Signale auf  $-1.5\text{MVA}$  bis  $1.5\text{MVA}$  festgelegt. Damit ergibt sich folgende Flächenfunktion für die Empfindlichkeit des Phasenwinkels  $d\varphi(P, Q)$

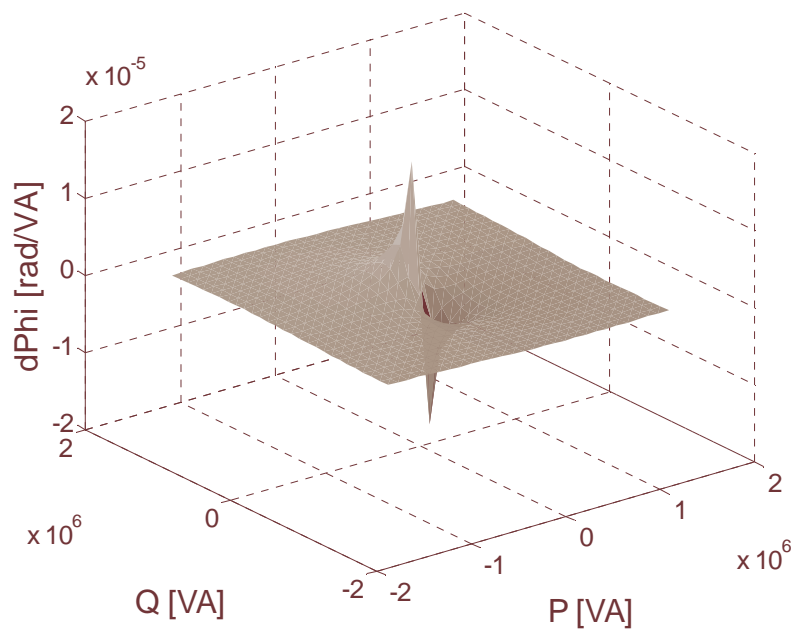


Abb. 3-25 Räumliche Darstellung der Empfindlichkeit des Phasenwinkels gegenüber fehlerhaften Wirk- und Blindleistungswerten

Deutlich wird ein exponentieller Anstieg der Empfindlichkeit im Bereich der Vorzeichenwechsel der Wirk- und Blindleistung. Dies bedeutet, dass bei kleinen Wirk- und Blindleistungen bereits kleinste Fehler in den Zeitverläufen zu stark verfälschten Phasenwinkeln führen können. Dieses Ergebnis liefert eine plausible Erklärung für die fehlerhafte Wiedergabe des Phasenspektrums.

### 3.4.8 Empfindlichkeit der Blindleistung

Werden die Zeitreihen der gemessenen Wirkleistung und des gemessenen Phasenwinkels  $\varphi$  zugrunde gelegt, bleibt die Blindleistung  $Q$  als zu berechnende Größe:

$$Q = P \cdot \tan(\varphi) \quad (3-41)$$

Um die Sensitivität der Blindleistung gegenüber Fehlern in den Zeitverläufen des Phasenwinkels und der Wirkleistung zu ermitteln, wird das totale Differential gebildet:

$$dQ = \frac{\partial}{\partial P} P \cdot \tan(\varphi) dP + \frac{\partial}{\partial \varphi} P \cdot \tan(\varphi) d\varphi \quad (3-42)$$

Die Empfindlichkeit der Blindleistung gegenüber Abweichungen von Wirkleistung und Phasenwinkel ergibt sich dann wie folgt:

$$dQ = \tan(\varphi) + P \cdot (1 + \tan(\varphi)^2) \quad (3-43)$$

Der Wertebereich der Wirkleistung wird wiederum mit  $-1.5\text{MVA}$  bis  $1.5\text{MVA}$  festgelegt. Für den zu betrachtenden Wertebereich des Phasenwinkels  $\varphi$  wird nun im Folgenden das entsprechende Restsignal des Phasenwinkelzeitverlaufes des Mittelspannungsnetzes betrachtet.

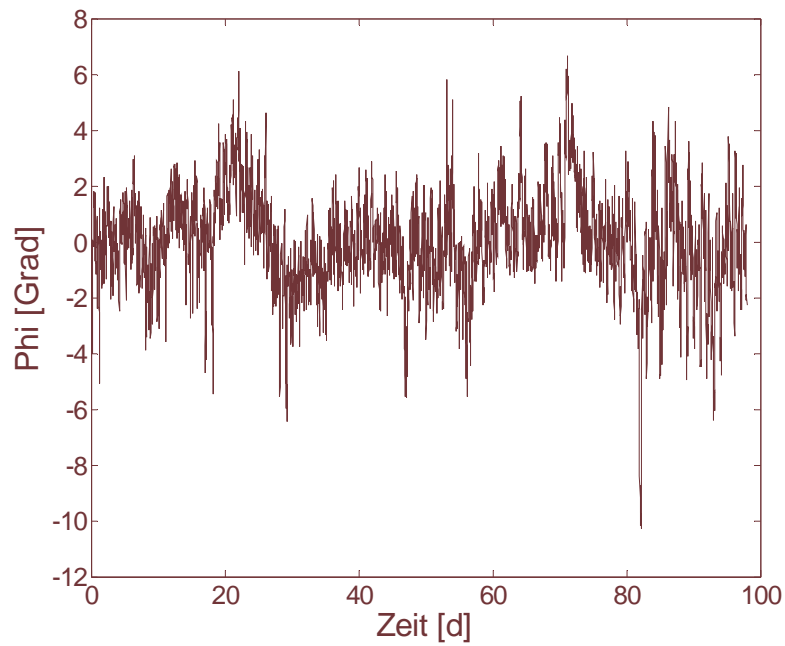


Abb. 3-26 Restsignal des Phasenwinkelzeitverlaufes eines Mittelspannungsnetzes

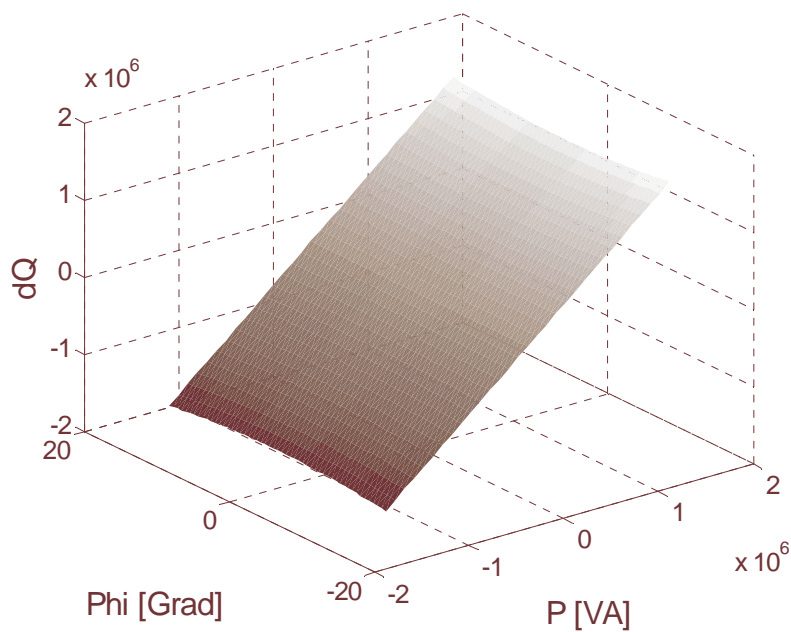


Abb. 3-27 Räumliche Darstellung der Empfindlichkeit der Blindleistung gegenüber fehlerhaften Wirkleistungs- und Phasenwinkelwerten

Die Empfindlichkeit der Blindleistung ist damit nahezu invariant gegenüber Fehlern im Zeitverlauf des Phasenwinkels im betrachteten Wertebereich. Die Empfindlichkeit gegenüber Fehlern im Zeitverlauf der Wirkleistung verläuft linear und ist damit deutlich unkritischer als das exponentielle Verhalten der Sensitivität des Phasenwinkels.



#### ***3.4.9 Bewertung der Untersuchungsergebnisse zur Empfindlichkeit***

Die Untersuchungen liefern eine Erklärung für die mangelnde Approximationsgüte bezüglich des Phasenspektrums bei Zugrundelegung der Restsignalzeitverläufe von Wirk- und Blindleistung. Als Ursache kommt die hohe Empfindlichkeit des Phasenwinkels bezüglich Abweichungen in den Zeitverläufen von Wirk- und Blindleistung in Betracht. Die Zugrundelegung der gemessenen Zeitverläufe von Wirkleistung und Phasenwinkel für den VAR-Prozess erscheint - aufgrund der geringen Empfindlichkeit der Blindleistung gegenüber Abweichungen in den entsprechenden Zeitverläufen - als die geeignetere Lösung. In der Praxis wird jedoch in der Regel nur der Blindleistungsbedarf und nicht der Phasenwinkel des Leistungsbedarfs von Mittelspannungsnetzen in Form von 15-Minutenmittelwerten messtechnisch erfasst. Da dies auch auf die zur Verfügung stehende Datenbasis (mit Ausnahme des durch das Labor gemessenen Mittelspannungsnetzes) zutrifft, wurden für alle folgenden Untersuchungen Blindleistungszeitverläufe verwendet. Inwieweit die dabei in Kauf genommene Empfindlichkeit der Wiedergabe des Phasenspektrums des Restprozesses Einfluss auf die Gesamtapproximationsgüte des Modells hat, wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht näher untersucht.

## 4 Zeitreihensynthese und Approximationsgenauigkeit

### 4.1 Synthese von Zeitreihen

Aus der in Kapitel 3 dargestellten Modellbildung folgt unmittelbar die in Abbildung 4-1 dargestellte Vorgehensweise zur Synthese von  $n$  Zeitreihen bei  $m$  Messungen ( $m > 1$ ). Dieses Prinzip bildet die Grundlage der verwendeten Software sowie des in [51] beschriebenen Synthesewerkzeugs für Lastzeitreihen (Implementierungen in MATLAB®).

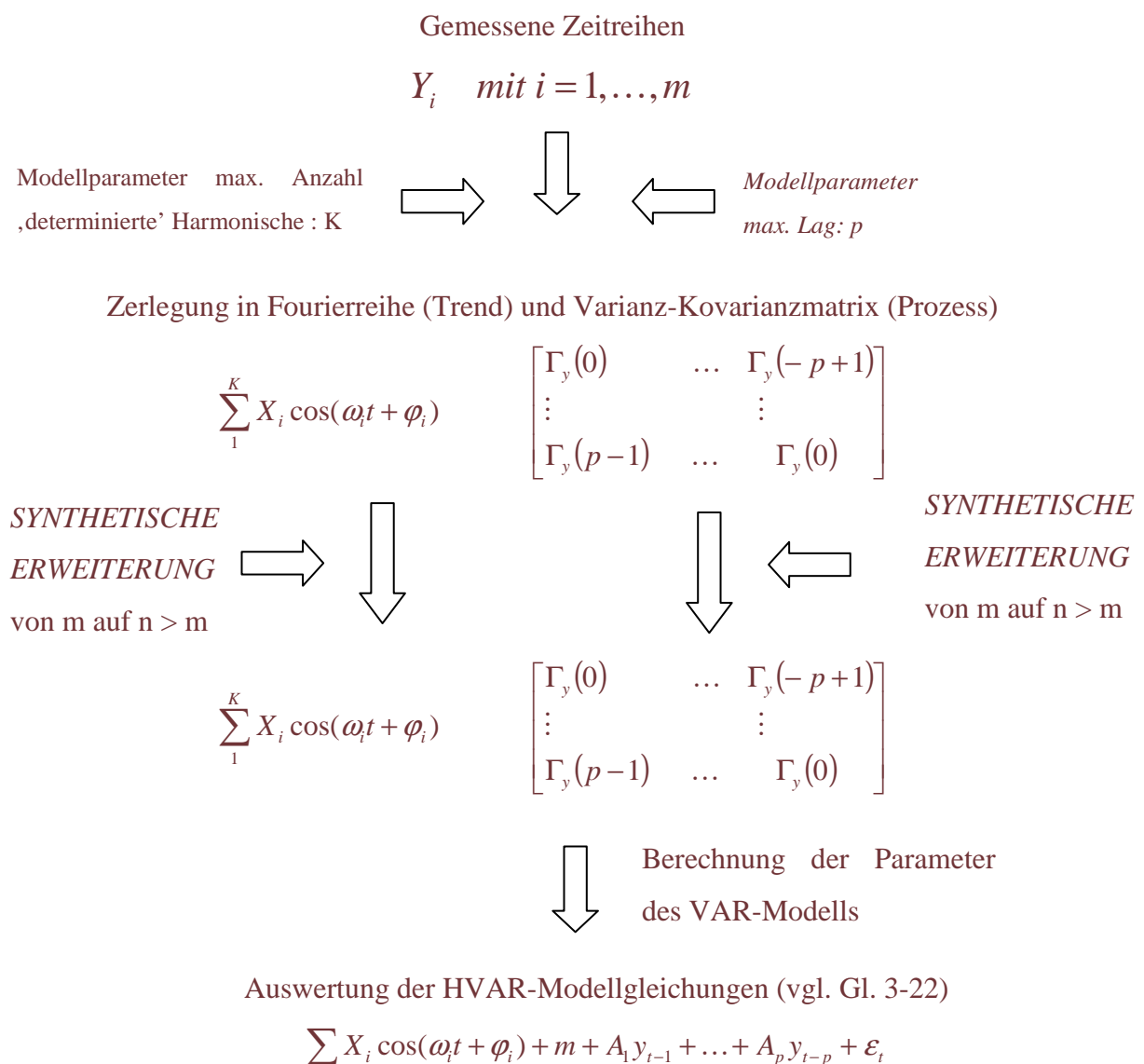


Abb. 4-1 Übersicht über das Grundscheema der Zeitreihensynthese

## 4.2 Approximationsgenauigkeit bei vollständigem Messreihensatz

In diesem Abschnitt wird die Approximationsgüte von HVAR-Lastmodell und Synthesealgorithmus für den Fall untersucht, dass für den zu modellierenden Lastprozess gemessene Jahreszeitreihen für Wirk- und Blindleistung zur Verfügung stehen (bzgl. Abbildung 4-1 gilt  $n = m$ , es erfolgt keine synthetische Erweiterung). Im Folgenden wird für diesen Fall von der Erzeugung eines „individuellen Prozesses“ gesprochen, da auf Basis der gemessenen Zeitreihen die individuellen statistischen Eigenschaften des Prozesses durch das HVAR-Modell nachgebildet werden können.

Im Anhang B findet sich für einen Beispielprozess die Auswertung der Approximationsgüte des VAR-Modells zur Restsignalnachbildung durch einen grafischen Vergleich der statistischen Eigenschaften im Zeitbereich und im Frequenzbereich.

Im Anhang C findet sich für den gleichen Beispielprozess eine Auswertung der Approximationsgüte des Gesamtmodells bestehend aus trigonometrischer Reihe (harmonisches Trendmodell) und VAR-Prozess durch einen grafischen Vergleich der statistischen Eigenschaften im Frequenzbereich. Anschließend werden dann Abweichungsmaße eingeführt, auf deren Basis dann ein systematischer Vergleich auf Basis der gesamten verwertbaren Messdatenbasis dargestellt wird.

Für die Erzeugung der HVAR-Prozesse wurde einheitlich folgende Parametrierung des Lastmodells gewählt:

Anzahl der zu extrahierenden harmonischen Signalanteile (Parameter „K“):	30
Anzahl der Lags zur Nachbildung des Restsignals (Parameter „p“):	100

Aufgrund der 1/4-Stundenauflösung der Messdaten beträgt der zeitliche Lag zur Restsignalbildung damit 25h (vgl. Abschnitt 1.2.2).

Für die Modellbildung standen insgesamt von sechs Mittelspannungsnetzen gemessene Zeitreihen der Entnahmeleistung (Wirk- und Blindleistung) aus der übergeordnete Hochspannungsebene zur Verfügung (vgl. Abschnitt 2.1).

### 4.3 Abweichungsmaße und Abweichungen zwischen Original und Synthese

Um die Approximationsgüte des Lastmodells einer systematischen Untersuchung unterziehen zu können, werden im Folgenden Abweichungsmaße eingeführt.

Als Abweichungsmaß zwischen zwei Spektraldichtefunktionen wird die Summe der Signalleistungsdifferenzen, für jede diskrete Frequenz normiert auf die Gesamtsignalleistung beider Signale, definiert. Dieses Fehlermaß kann interpretiert werden als das Verhältnis zwischen Differenzsignalleistung zur Gesamtsignalleistung der beiden Zeitreihen, integriert über den gesamten betrachteten Frequenzbereich.

$$\text{Spektralabweichung } \Delta S = \sum_{f=f_0}^{f_i} \frac{|S_1(f) - S_2(f)|}{\sum_{f=f_0}^{f_i} (S_1(f) + S_2(f))} \quad (4-1)$$

Zur grafischen Veranschaulichung des Abweichungsmaßes ist die resultierende Fläche der Signalleistungsdifferenzen in der folgenden beispielhaft dargestellten Spektralschätzung als grau schraffierte Fläche gekennzeichnet. (Bedingt durch die logarithmische Darstellung in Abbildung 4-2 ist der visuelle Eindruck nicht unmittelbar mit dem numerischen Wert nach Gleichung 4-1 vergleichbar.)

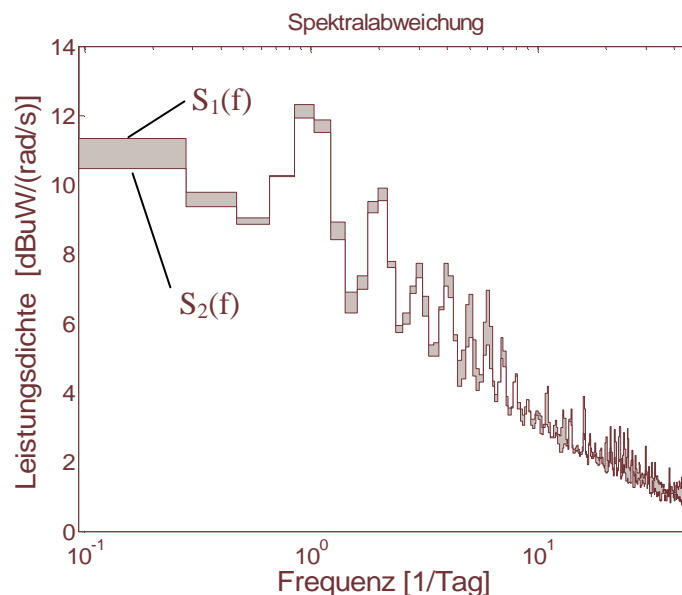


Abb. 4-2 Grafische Darstellung der Abweichung zweier Spektraldichtefunktionen S<sub>1</sub>(f) und S<sub>2</sub>(f)

Äquivalent hierzu wird ein Abweichungsmaß zwischen zwei Kohärenzfunktionen eingeführt:

$$\text{Kohärenzabweichung} \quad \Delta\text{CSD} = \sum_{f=f_0}^{f_i} \frac{|CSD_1(f) - CSD_2(f)|}{\sum_{f=f_0}^{f_i} CSD_1(f) + CSD_2(f)} \quad (4-2)$$

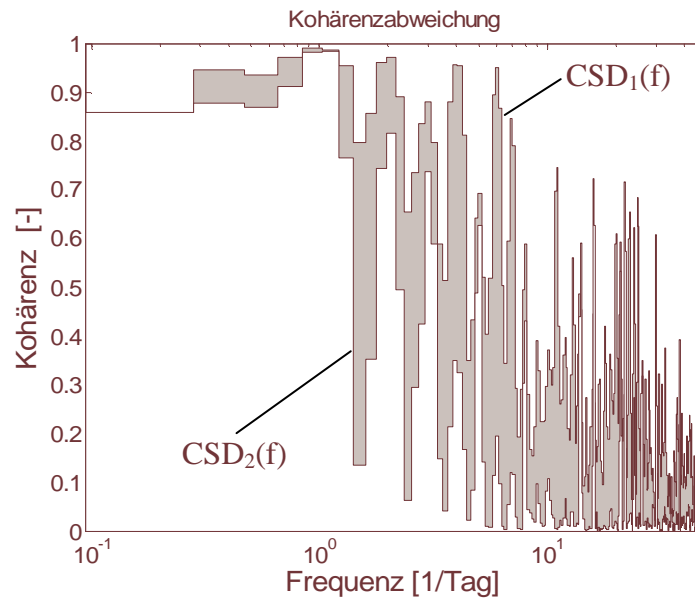


Abb. 4-3 Grafische Darstellung der Abweichung zweier Kohärenzfunktionen  $CSD_1(f)$  und  $CSD_2(f)$

Als Maß für die Abweichung der Verteilungsfunktionen wird das 0,95-Quantil gewählt. Das 0,95-Quantil ist definiert als der Wert, unter dem 95% aller Werte der Zeitreihe der betrachteten Systemgröße liegen. Die Differenz der 0,95-Quantile wird auf den Maximalwert der Originalzeitreihe normiert, so dass man auch hier zu einem prozentualen Fehlermaß gelangt:

$$\text{Abweichung 0,95 – Quantil} = \frac{|S_{0,95 \text{ Original}} - S_{0,95 \text{ HVAR}}|}{S_{\text{max Original}}} \cdot 100\% \quad (4-3)$$

Nachfolgend sind die entsprechenden Ergebnisse für die individuell synthetisierten Jahreszeitreihen der Wirk- und Blindleistung aller sechs Mittelspannungsnetze (MSN) tabellarisch dargestellt.

Tabelle 4-1 Abweichungen zwischen gemessenen und synthetisierten Zeitreihen

	MSN1	MSN2	MSN3	MSN4	MSN5	MSN6
Abweichung 0,95-Quantil Wirkleistung	1,6%	0,3%	1,2%	2,6%	2,4%	2,9%
Spektralabweichung Wirkleistung	4,8%	2,3%	4,5%	3,9%	5,1%	1,8%
Abweichung 0,95-Quantil Blindleistung	2,5%	3,7%	8,2%	7,1%	1,6%	0,2%
Spektralabweichung Blindleistung	5,5%	3,3%	4,5%	4,6%	4,5%	3,0%
Kohärenzabweichung Wirk-/Blindleistung	28,0%	35,6%	20,4%	20,5%	33,4%	34,7%

#### 4.4 Bewertung

Die Ergebnisse zeigen, dass sich die Abweichungen aller sechs untersuchten Mittelspannungsnetze in vergleichbaren Größenordnungen bewegen. Zunächst auffällig ist eine deutlich größere Abweichung der Kohärenz. Aufgrund der unterschiedlichen Eigenschaften von spektraler Leistungsdichte und Kohärenz ist ein direkter Vergleich der Größenordnungen aber nicht möglich und liefert deshalb auch keine Aussage über die Modellqualität. Eine quantitative Bewertung der Ergebnisse wird erst durch die experimentellen Untersuchungen im folgenden Abschnitt ermöglicht.

#### 4.5 Approximationsgenauigkeit bei fragmentarischem Messreihensatz

Im Folgenden wird die Approximationsgüte von HVAR-Lastmodell und Synthesealgorithmus für den Fall untersucht, dass für den zu modellierenden Lastprozess nur z.T. gemessene Jahreszeitreihen für Wirk- und Blindleistung zur Verfügung stehen (bzgl. Abbildung 4-1 gilt  $n > m$ , es besteht die Notwendigkeit zur synthetische Erweiterung).

#### 4.6 Detaildarstellung der Bewertungsmethodik

Um die Vorgehensweise zu demonstrieren, wird zunächst von folgendem praxisnahen Szenario ausgegangen: Es ist ein Lastprozess für die sechs betrachteten Mittelspannungsnetze zu generieren, wobei aber davon ausgegangen wird, dass nur von vier Netzen gemessene Zeitreihen vorliegen. Es wird also von einem unvollständigem Messreihensatz ausgegangen. Bei den vier durch Zeitreihen erfassten Mittelspannungsnetzen handelt es sich bei dreien um Kleinstädte mit überwiegender Wohnbebauung und bei dem vierten um ein ländliches Versorgungsgebiet mit überwiegender Wohnbebauung. Bei den beiden Mittelspannungsnetzen ohne gemessene Zeitreihen handelt es sich um städtische Versorgungsgebiete, wobei eines überwiegend durch Wohnbebauung und eines durch gewerbliche Kunden (Innenstadtbereich) geprägt ist. Um einen optischen Eindruck des Leistungsbedarfs zu ermöglichen, wird im Folgenden jeweils ein gemessener Wochenzeitverlauf der Wirkleistung der vier erfassten Mittelspannungsnetze dargestellt:

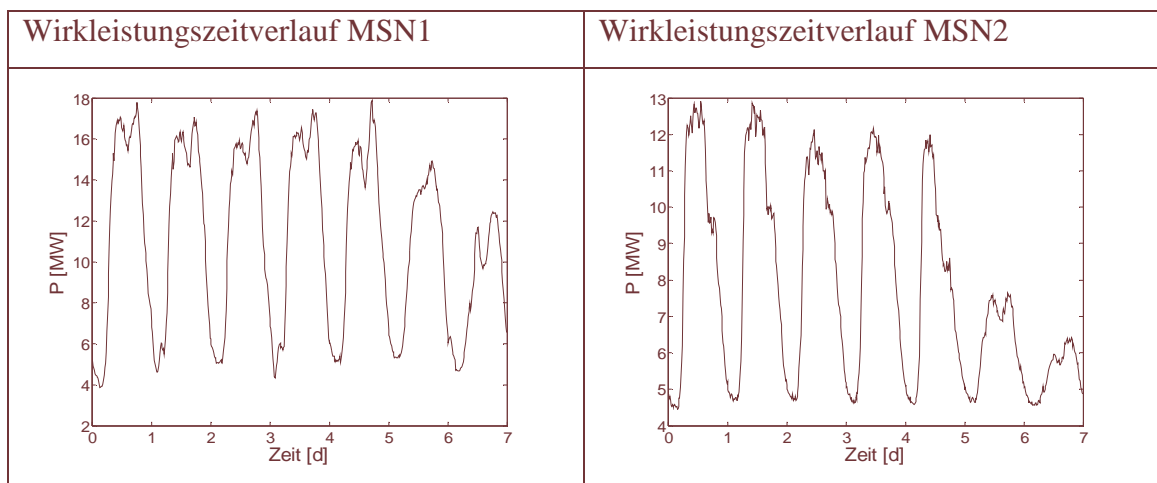


Abb. 4-4 Wochenausschnitt der Wirkleistungszeitverläufe der Mittelspannungsnetze 1 und 2

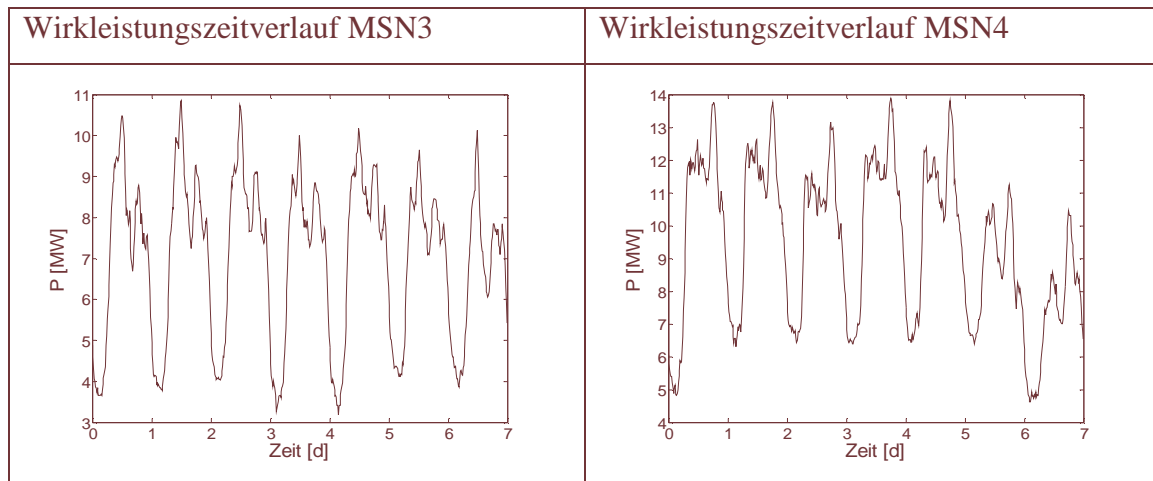


Abb. 4-5 Wochenausschnitt der Wirkleistungszeitverläufe der Mittelspannungsnetze 3 und 4

Im Sinne von Abbildung 4-1 erfolgte jetzt die Modellbildung für die vorgenannten Netze, dann die synthetische Modellerweiterung um 2 Netze und anschließend die Synthese einer 6-stelligen Zeitreihe für alle Netze.

Die aus der Modellerweiterung für die Netze 5 und 6 erzeugten Zeitreihen wurden anschließend mit den Zeitreihen 5 und 6 der Datenbasis verglichen. Dieser Vergleich (in diesem Beispiel vom Typ  $n=6$  und  $m=4$ ) ermöglicht eine Einschätzung bzgl. der Brauchbarkeit der Modellerweiterung. Abb. 4-11 zeigt die gemessenen Wirkleistungszeitreihen (Originalprozesse) der Netze 5 und 6.

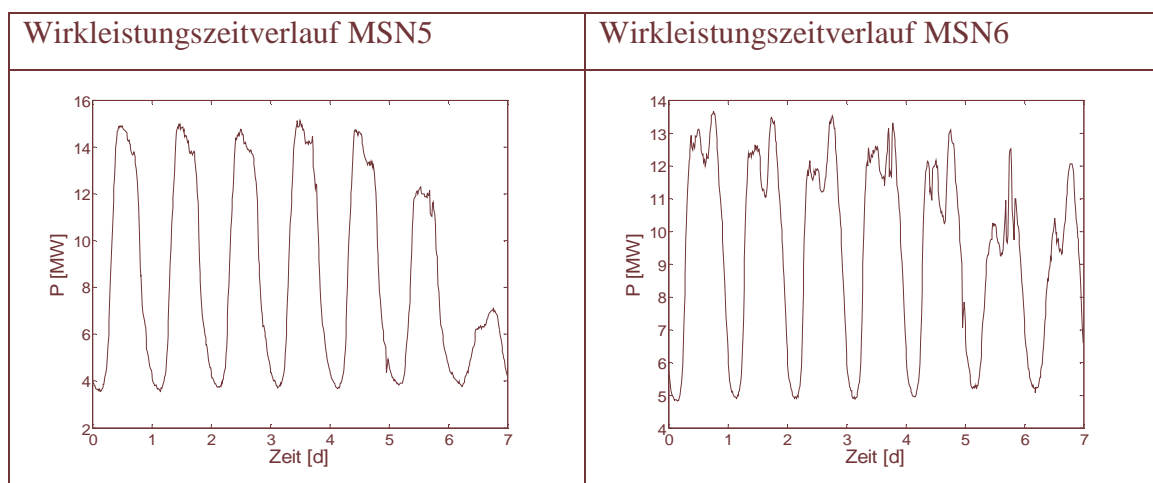


Abb. 4-6 Wochenausschnitt der Wirkleistungszeitverläufe der Mittelspannungsnetze 5 und 6



Im Folgenden wird nun die Approximationsgüte der erwartungstreuen Schätzung für die beiden als nicht erfasst betrachteten Mittelspannungsnetze durch einen Vergleich der Verteilungsfunktionen, der Spektralen Leistungsdichten sowie der Kohärenzfunktionen dargestellt.

### Mittelspannungsnetz 5:

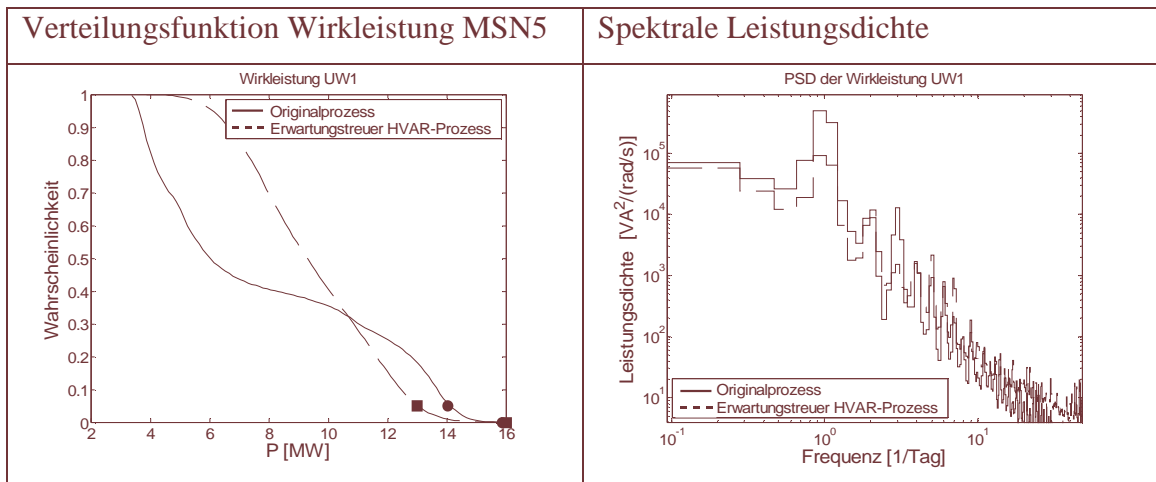


Abb. 4-7 Vergleich der statistischen Eigenschaften zwischen gemessener und synthetisierter Wirkleistungszeitreihe Mittelspannungsnetz 5

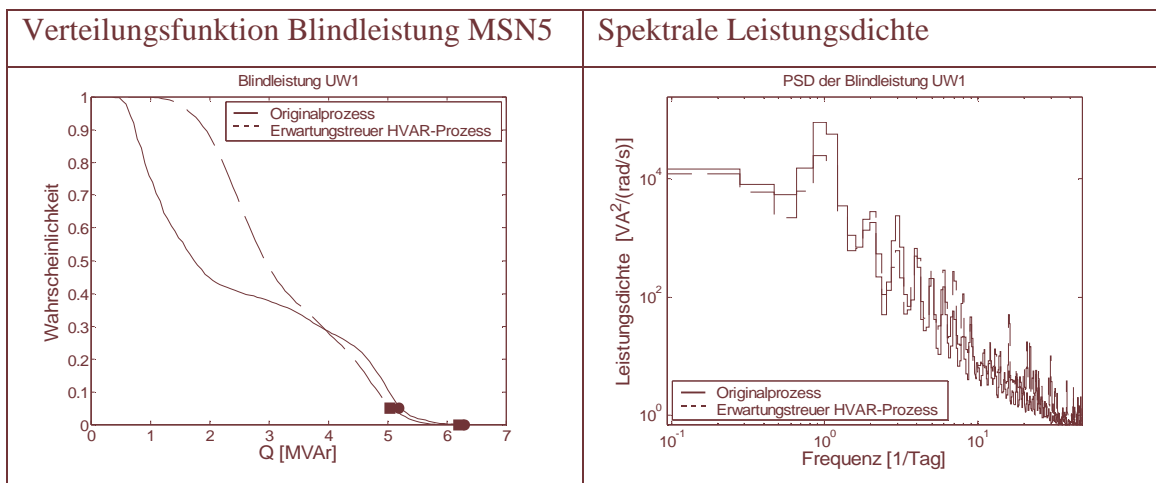


Abb. 4-8 Vergleich der statistischen Eigenschaften zwischen gemessenen und synthetisierten Zeitreihen Mittelspannungsnetz 5

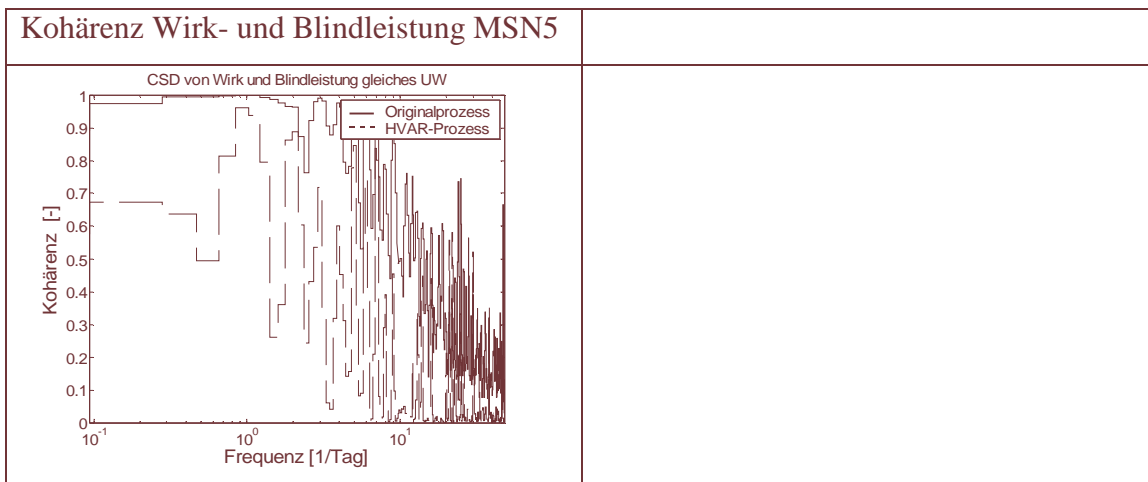


Abb. 4-9 Vergleich der statistischen Eigenschaften zwischen gemessenen und synthetisierten Zeitreihen Mittelspannungsnetz 5

### Mittelspannungsnetz 6:

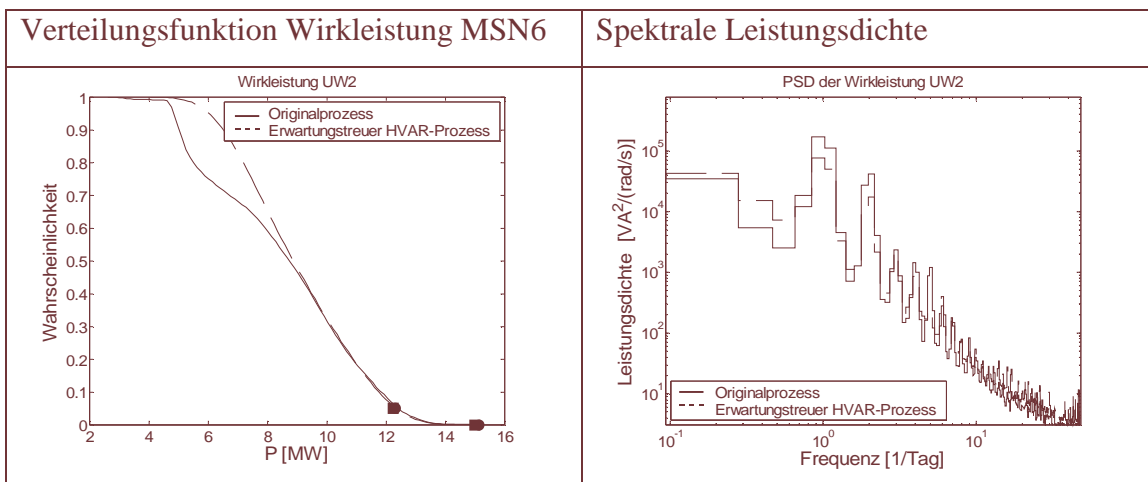


Abb. 4-10 Vergleich der statistischen Eigenschaften zwischen gemessener und synthetisierter Wirkleistungszeitreihe Mittelspannungsnetz 6

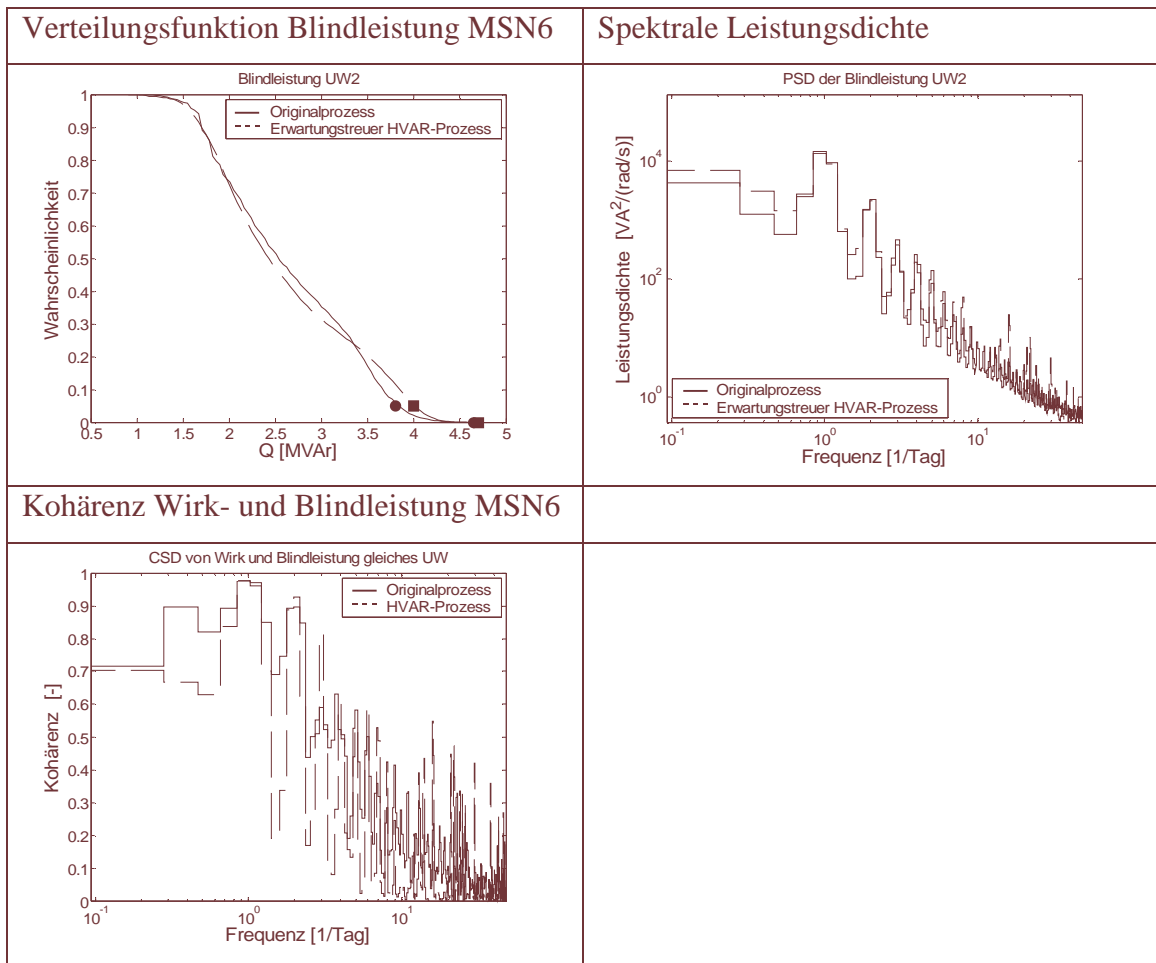


Abb. 4-11 Vergleich der statistischen Eigenschaften zwischen gemessenen und synthetisierten Zeitreihen Mittelspannungsnetz 6

#### Kohärenzfunktionen zwischen Mittelspannungsnetz 5 und 6:

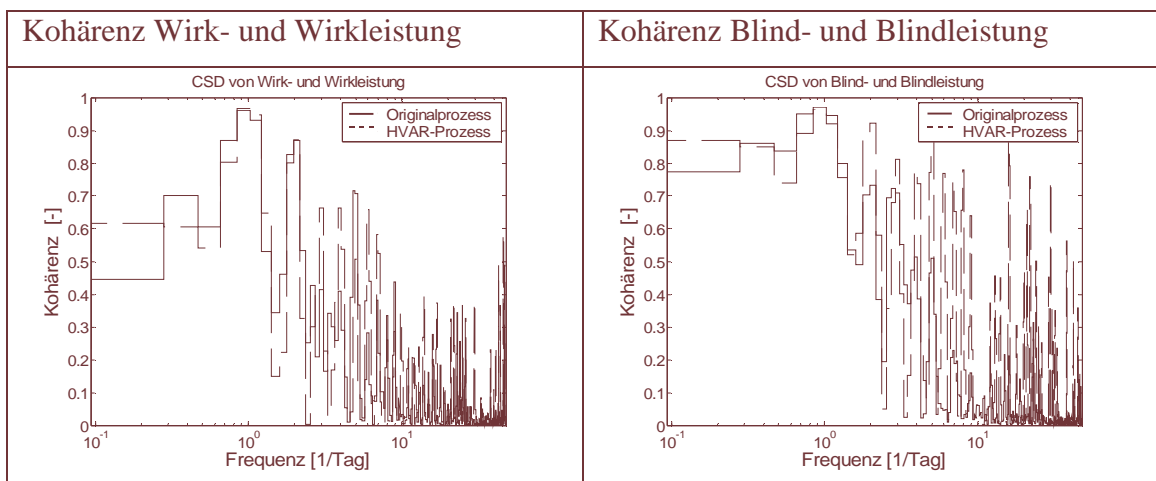


Abb. 4-12 Vergleich der Kohärenzfunktionen zwischen gemessenen und synthetisierten Zeitreihen der Mittelspannungsnetze 5 und 6

Die Ergebnisse zeigen, dass die Approximationsgüte für das Mittelspannungsnetz MSN6 sehr hoch, für das Mittelspannungsnetz MSN5 jedoch nur unzureichend ist. Während beim Mittelspannungsnetz MSN6 sowohl das Verteilungsverhalten, die Spektrale Leistungsdichte als auch das Kohärenzverhalten sehr gut approximiert werden, wird das Verteilungsverhalten sowie das Kohärenzverhalten zwischen Wirk- und Blindleistung des Mittelspannungsnetzes MSN5 nur unzureichend approximiert. Die Ursache hierfür wird durch einen optischen Vergleich der gemessenen Zeitverläufe der beiden Mittelspannungsnetze deutlich:

Im Gegensatz zum Mittelspannungsnetz MSN6, erscheint der Zeitverlauf des Mittelspannungsnetzes MSN5 sehr viel determinierter als die Zeitverläufe der als Datenbasis verwendeten vier Mittelspannungsnetze. Auch ist auffällig, dass der typische Lasteinbruch gegen Mittag fehlt und der Samstag einen sehr viel höheren Leistungsbedarf als der Sonntag zeigt. Die Ursache hierfür liegt im Typ des Mittelspannungsnetzes: Es handelt sich um einen Innenstadtbereich mit überwiegender Besiedelung durch Geschäfte. Der Lastverlauf wird dort durch die Öffnungszeiten der Geschäfte und nicht durch die sozialen Gewohnheiten von Haushalten geprägt. Die Ergebnisse machen damit deutlich, dass es von zentraler Bedeutung für die Approximationsgüte einer erwartungstreuen Schätzung ist, als Datengrundlage Knotenleistungen mit möglichst ähnlichen Makroeigenschaften zu verwenden.

#### 4.7 Systematische Analyse der verwertbaren Datenbasis

Nachdem die vorangegangene Untersuchung gezeigt hat, dass das Mittelspannungsnetz 5 nicht vom gleichen Typ wie die anderen 5 Mittelspannungsnetze ist, wird nun auf Basis der verbleibenden 5 Mittelspannungsnetze eine systematische Untersuchung der Approximationsgüte einer Erwartungstreuen Schätzung durchgeführt.

Als Bewertungsgrößen werden auch hier die im Abschnitt 4.1 eingeführten Abweichungsmaße verwendet: Spektralabweichung, Kohärenzabweichung und Abweichung des 0,95-Quantils der Verteilungsdichtefunktionen.

##### 4.7.1 Vergleiche vom Typ $n=5$ und $m=4$

Die nachfolgenden Tabellen zeigen die Ergebnisse der erwartungstreuen Schätzung jeweils für den Fall, dass das Lastverhalten des betrachteten Mittelspannungsnetzes auf Basis der Jahreszeitreihen für Wirk- und Blindleistung der jeweils anderen in der Tabelle aufgeführten Mittelspannungsnetze geschätzt wurde.

Tabelle 4-2 Abweichungen zwischen gemessenen und erwartungstreu synthetisierten Zeitreihen aller fünf verwendbaren Mittelspannungsnetze

	MSN1	MSN2	MSN3	MSN4	MSN6
Abweichung 0,95-Quantil Wirkleistung	3,3%	2,6%	7,2%	7,2%	2,5%
Spektralabweichung Wirkleistung	48,5%	27,1%	25,4%	45,0%	11,4%
Abweichung 0,95-Quantil Blindleistung	1,9%	12,8%	79,2%	2,4%	1,6%
Spektralabweichung Blindleistung	27,8%	32,6%	28,0%	39,5%	10,2%
Kohärenzabweichung Wirk-/Blindleistung	44,8%	52,6%	43,6%	34,6%	32,7%

Die Ergebnisse zeigen eine auffällig hohe Abweichung für das Mittelspannungsnetz 3 für die Verteilungsdichte der Blindleistung. Dies ist auf eine Besonderheit dieses Mittelspannungsnetzes zurückzuführen: Es ist im Gegensatz zu den anderen 4 Mittelspannungsnetzen sehr stark kapazitiv (ausgedehntes Kabelnetz mit entsprechend hoher Ladeleistung), was ein Vergleich eines Wochenzeitverlaufes der Blindleistung mit dem entsprechenden Wochenzeitverlauf des Mittelspannungsnetzes 1 verdeutlicht:

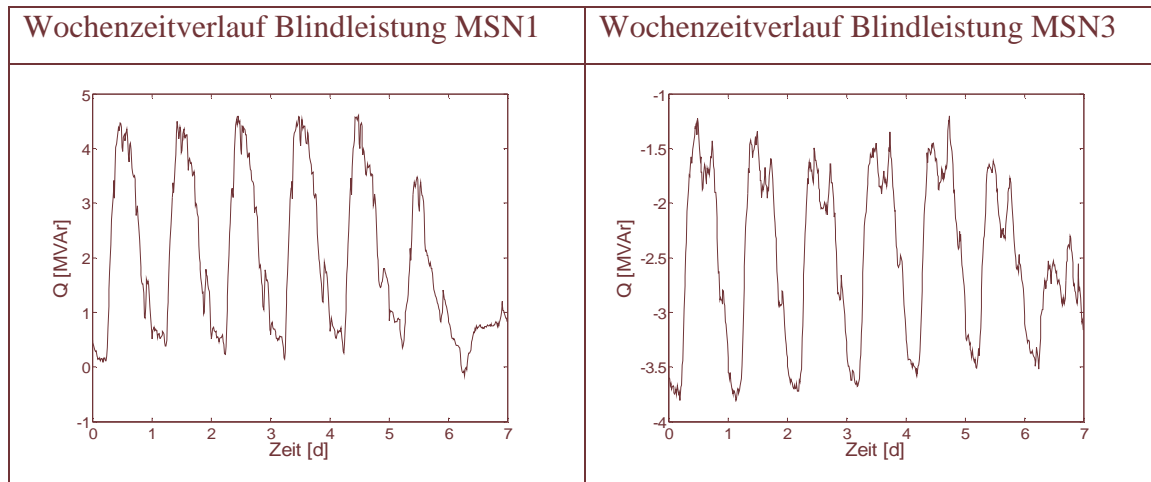


Abb. 4-13 Wochenausschnitt der Blindleistungszeitverläufe der Mittelspannungsnetze 1 und 3

#### 4.7.2 Vergleiche vom Typ $n=4$ und $m=3$

Für die in diesem Abschnitt beschriebenen Untersuchungen werden deshalb nur noch die verbleibenden 4 Mittelspannungsnetze zugrunde gelegt. Die nachfolgende Tabelle zeigt die entsprechenden Ergebnisse:

Tabelle 4-3 Abweichungen zwischen gemessenen und erwartungstreu synthetisierten Zeitreihen der vier verbleibenden Mittelspannungsnetze

	MSN1	MSN2	MSN4	MSN6
Abweichung 0,95-Quantil Wirkleistung	8,2%	5,2%	9,2%	0,9%
Spektralabweichung Wirkleistung	47,1%	22,9%	42,5%	13,3%
Abweichung 0,95-Quantil Blindleistung	3,3%	9,6%	2,2%	4,9%
Spektralabweichung Blindleistung	24,4%	27,3%	29,2%	17,5%
Kohärenzabweichung Wirk-/Blindleistung	42,1%	49,9%	38,3%	34,2%

### 4.7.3 Vergleiche vom Typ $n=3$ und $m=2$

Um eine Aussage über die Robustheit der erwartungstreuen Schätzung abgeben zu können, wurde die Menge der für die erwartungstreue Schätzung zugrunde gelegten Mittelspannungsnetze auf zwei reduziert. Dies stellt für das Lastmodell die minimal notwendige Datenbasis dar. Die folgenden beiden Tabellen zeigen die Ergebnisse für zwei der insgesamt vier verbliebenen Kombinationsmöglichkeiten für die vier typgleichen Mittelspannungsnetze:

Tabelle 4-4 Abweichungen zwischen gemessenen und erwartungstreu synthetisierten Zeitreihen für die Kombinationsmöglichkeit 1

	MSN1	MSN2	MSN4
Abweichung 0,95-Quantil Wirkleistung	3,3%	3,4%	7,2%
Spektralabweichung Wirkleistung	41,9%	26,9%	47,3%
Abweichung 0,95-Quantil Blindleistung	2,3%	3,3%	7,1%
Spektralabweichung Blindleistung	12,7%	19,7%	31,1%
Kohärenzabweichung Wirk-/Blindleistung	41,0%	47,5%	28,9%

Tabelle 4-5 Abweichungen zwischen gemessenen und erwartungstreu synthetisierten Zeitreihen für die Kombinationsmöglichkeit 2

	MSN1	MSN2	MSN6
Abweichung 0,95-Quantil Wirkleistung	3,3%	6,9%	0,8%
Spektralabweichung Wirkleistung	30,8%	22,9%	15,8%
Abweichung 0,95-Quantil Blindleistung	3,3%	0,1%	3,2%
Spektralabweichung Blindleistung	24,0%	8,7%	13,0%
Kohärenzabweichung Wirk-/Blindleistung	39,5%	53,7%	33,1%

## 4.8 Bewertung

Die Ergebnisse zeigen, dass bei Verwendung von typgleichen Mittelspannungsnetzen als Datenbasis für eine erwartungstreue Schätzung, das HVAR-Lastmodell Ergebnisse liefert, deren Approximationsgüte bezüglich der Verteilungsdichten vergleichbare Ergebnisse zu einer individuellen Schätzung bei vollständigem Messdatensatz liefert. Dabei hat die Anzahl der Mittelspannungsnetze, die als Datenbasis für die Schätzung dienen, offensichtlich keinen Einfluss auf das Ergebnis der Schätzung. Das HVAR-Lastmodell kann in dieser Beziehung also als robust bezeichnet werden.

Deutlich höher sind die festgestellten Abweichungen bei den Spektraldichten. Dies bedeutet, dass das Autokorrelationsverhalten der Zeitreihen durch die erwartungstreuen Schätzungen sehr viel ungenauer als durch eine individuelle Schätzung wiedergegeben wird. Dies entspricht dem Modellierungsansatz, da die individuellen Eigenschaften eines Mittelspannungsnetzes, die sich in spezifisch ausgeprägten Zyklen widerspiegeln, nicht durch eine erwartungstreue Schätzung auf Basis anderer Mittelspannungsnetze wiedergegeben werden können.



## 5 Plausibilisierung des Konzeptes zur probabilistischen Lastflussberechnung

### 5.1 Plausibilisierungsansatz

Die Approximationsgüte von Lastmodell und Synthesemethode wurde in Kapitel 4 durch einen Vergleich der statistischen Eigenschaften von Original- und synthetisierten Prozessen dargestellt. Unbeantwortet blieb dabei die Frage, wie die ermittelten Ergebnisse im Gesamtkontext der PLF zu bewerten sind.

Aus Sicht der Modellbildung für Lastleistungen geht es dabei vor allem um die Sensitivität der mit der probabilistischen Lastflussberechnung berechneten Größen gegenüber einer fehlerbehafteten Wiedergabe der Varianz-Kovarianzmatrix des Originalprozesses durch den synthetisierten Prozess. Aus Sicht der probabilistischen Lastflussberechnung als Gesamtverfahren geht es um die Grundsatzfrage, wie weit die statistischen Eigenschaften des zeitvarianten Betriebsverhaltens von Energiesystemen ex-ante mit den statistischen Modellen für Last- und Einspeiseleistungen sowie den Netzgleichungen im Grundsatz erfasst werden können (siehe hierzu folgende schematische Darstellung des Gesamtverfahrens).

Da das für die PLF verwendete Gesamtmodell, bestehend aus Lastmodell und Netzgleichungen, vollständig durch Gleichungssätze beschrieben ist, stellt sich zunächst die Frage, ob nicht eine Sensitivitätsanalyse durch Bildung der totalen Differentiale möglich ist. Dagegen spricht mindestens eine Modelleigenschaft: Das HVAR-Lastmodell basiert auf einem Rauschprozess  $\varepsilon(t)$ . Da die (partielle) Ableitung eines Rauschprozesses nicht möglich ist, kommt diese zunächst nahe liegende Möglichkeit der Sensitivitätsuntersuchung nicht in Betracht.

Gemessener Prozess der Wirk- und Blindleistungen

$$Y_G = [P_i, Q_i] \quad \text{mit } i = 1, \dots, m$$



Fourierreihe (Trend) und Varianz-Kovarianzmatrix (Prozess)

$$\sum X_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad \begin{bmatrix} \Gamma_y(0) & \dots & \Gamma_y(-p+1) \\ \vdots & & \vdots \\ \Gamma_y(p-1) & \dots & \Gamma_y(0) \end{bmatrix}$$



HVAR-Modellgleichungen

$$\sum X_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) + m + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

RAUSCHPROZESS



HVAR-Prozess

$$Y_{HVAR} = [P_i, Q_i] \quad \text{mit } i = 1, \dots, n$$



Kovarianzmatrix des HVAR-Prozess

$$\begin{bmatrix} \Gamma_y(0) & \dots & \Gamma_y(-p+1) \\ \vdots & & \vdots \\ \Gamma_y(p-1) & \dots & \Gamma_y(0) \end{bmatrix}$$



Netzgleichungen

$$P(t)_i - iQ_i(t) = \underline{U}_i(t) \sum_{j=1}^n \underline{y}_{ij}^*(t) \underline{U}_j^*(t) \quad \text{mit } i = 1, \dots, n$$

PARAMETERUNSCHÄRFEN

SENSITIVITÄT

DIFFERENZEN

SYNTHETISCHE  
ERWEITERUNG

Abb. 5-1 Darstellung des Validierungsproblems im Gesamtverfahren zur PLF

Eine weitere Möglichkeit der Sensitivitätsuntersuchung wären Variantenrechnungen, d.h. rein modellbasierte numerische Untersuchungen. Damit könnte zwar die Sensitivität der Ergebnisgrößen gegenüber Unschärfen des Lastmodells bestimmt werden. Die Gesamtgenauigkeit der PLF wird allerdings wesentlich durch Parameterunschärfen bezüglich der Netzbetriebsmittel bestimmt. Diese könnten im Simulationsansatz nur durch Annahmen berücksichtigt werden. Gesicherte Aussagen über die Bedeutung der Modellunschärfen des Lastmodells wären damit nicht mehr möglich.

Als dritte Möglichkeit bieten sich experimentelle Untersuchungen an einem realen Modellnetz (physikalisches Modell) an. Der entscheidende Vorteil dieser Variante liegt in der Kombinierbarkeit mit einer numerischen Lastflussberechnung des Modellnetzes. Die Parameterunschärfen und die daraus resultierenden Modellunschärfen werden damit direkt quantifizierbar und können in ein direktes Verhältnis zur Modellunschärfe des Lastmodells gestellt werden. Derartige Untersuchungen sind im Schrifttum derzeit auch ansatzweise nicht nachweisbar, woraus zusätzliche Motivation zu ihrer Durchführung folgt.

## **5.2 Grundidee der experimentellen Plausibilisierung**

Die Grundidee der experimentellen Plausibilisierung der PLF als Gesamtverfahren besteht in der Beaufschlagung eines physikalisch realen Modellnetzes mit zwei Zeitreihentypen:

- Im Realnetz gemessene Zeitreihen des Wirk- und Blindleistungsbezugs von Mittelspannungsnetzen (im Folgenden Originalzeitreihen genannt)
- Durch numerische Zeitreihenmodelle generierten Zeitreihen des Wirk- und Blindleistungsbezugs von Mittelspannungsnetzen (im Folgenden Modellzeitreihen genannt)

Die sich dabei am physikalischen Modellnetz einstellenden Strom- und Spannungszeitreihen können gemessen und gespeichert werden. Parallel zu den Messungen wird ein numerisches Lastflussmodell (Netzgleichungen) des physikalischen Modellnetzes mit den gleichen Original- und Modellzeitreihen

beaufschlagt. Ein statistischer Vergleich der so gewonnenen gemessenen und berechneten Strom- und Spannungszeitreihen ermöglicht dann die Quantifizierung der Modellgenauigkeiten.

In Summe werden im Rahmen der Untersuchungen vier unterschiedliche Realisierungstypen von Strom- und Spannungszeitreihen generiert:

- An einem physikalischen Modellnetz gemessene Zeitreihen, erzeugt durch Originalzeitreihen.
- An einem physikalischen Modellnetz gemessene Zeitreihen, erzeugt durch Modellzeitreihen.
- Mit einem Lastflussmodell numerisch berechnete Zeitreihen, erzeugt durch Originalzeitreihen.
- Mit einem Lastflussmodell numerisch berechnete Zeitreihen, erzeugt durch Modellzeitreihen.

Die von den Modellgenauigkeiten abhängige unterschiedliche ‚Nähe‘ der Realisierungstypen zueinander veranschaulicht die nachfolgende Abbildung:

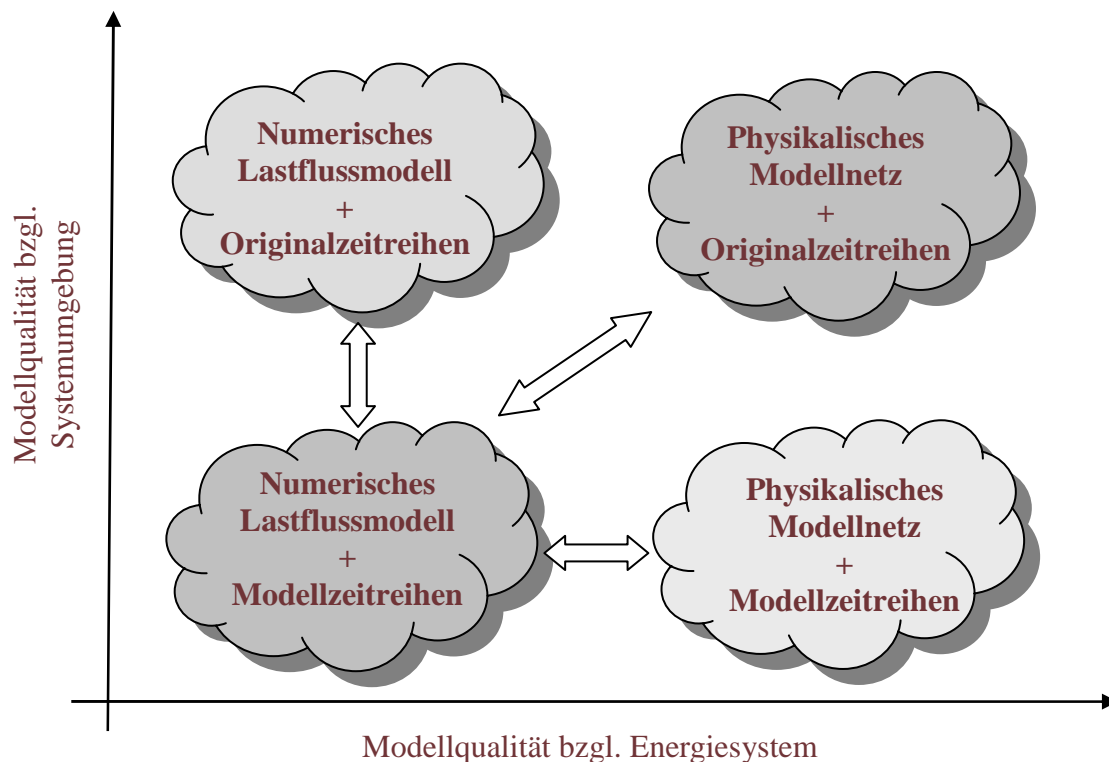


Abb. 5-2 Grafische Darstellung der Relationen zwischen unterschiedlichen Modelltypen

Als Metrik für die Gesamtgenauigkeit  $G_{PLF}$  einer PLF wird Gleichung 5-1 verwendet. Diese Metrik basiert auf der Annahme, dass die Genauigkeiten des verwendeten Zeitreihenmodells  $G_{ZM}$  sowie des Lastflussmodells  $G_{LM}$  als unabhängig voneinander betrachtet werden können:

$$G_{PLF} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{G_{ZM}}\right)^2 + \left(\frac{1}{G_{LM}}\right)^2}} \quad (5-1)$$

Die folgende Abbildung zeigt eine grafische Darstellung dieses funktionalen Zusammenhanges für eine normierte Modellgenauigkeit von 0 bis 1.

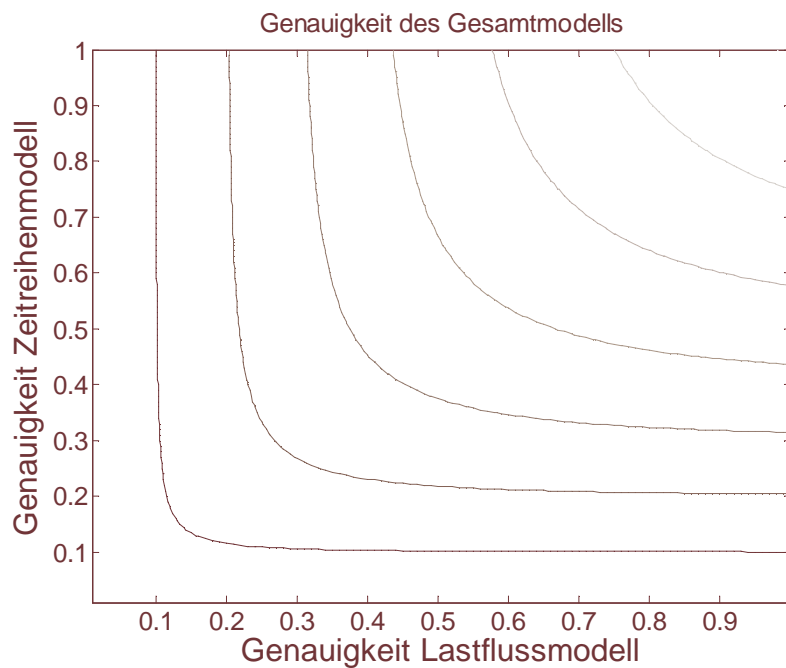


Abb. 5-3 Gesamt-Genauigkeit gemäß Metrik nach Gleichung 5-1

Abbildung 5-3 reflektiert den bekannten Zusammenhang, dass bei stärker differierenden Teilgenauigkeiten die Gesamtgenauigkeit durch den unschärfsten Teil dominiert wird. Aus diesem Grunde erscheint die verwendete Metrik sinnvoll.

Ein Zeitreihenmodell zur Beschreibung der Systemumgebung sollte demnach eine ähnliche Genauigkeit wie das Lastflussmodell zur Beschreibung des Energiesystems aufweisen. Ein statistischer Vergleich der im Rahmen der experimentellen Modellplausibilisierung gewonnenen vier Realisierungstypen für Strom- und Spannungszeitreihen ermöglicht die Bestimmung der Relationen zwischen den

Genauigkeiten der verwendeten Zeitreihenmodelle, des Lastflussmodells sowie des Gesamtmodells.

### **5.3 Die Experimentalplattform**

Als Experimentalplattform diene das Netz- und Kraftwerksmodell (NuK) des Labors für Elektrische Energieversorgung des Fachbereichs Ingenieurwissenschaften der Fachhochschule FH-OOW am Standort Wilhelmshaven (Einsatzbereiche dieser Anlage vgl. [47]).

Entscheidende Merkmale dieses physikalischen Modells sind

- die Abgrenzbarkeit des Systems gegenüber seiner Umwelt (autonomer Inselbetrieb)
- Kenntnis aller das System bildenden Betriebsmittel incl. Verschaltung (Topologie)
- Steuerbarkeit durch eine SPS-basierte Automatisierungsanlage.

Aus den Merkmalen resultieren die Möglichkeiten der

- vollständigen Systemkenntnis (Topologie, Betriebsmittel),
- detaillierten Parameteridentifikation für die Betriebsmittelmodelle
- Erzeugung spezifizierter (zeitvarianter) Systemumgebungen (Szenarien) sowie
- Reproduzierbarkeit der Experimentalbedingungen.

Diese Möglichkeiten sind bei ‚realen‘ Energiesystemen (z.B. Netzen der Energieversorgungsunternehmen) in der Regel nicht gegeben, weshalb der NuK zur Plausibilisierung des Gesamtkonzeptes zur PLF im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendet wurde.



Abb. 5-4 Netz- und Kraftwerkssimulator (NuK) des Labors für Elektrische Energieversorgung der FH-OOW (Status Oktober 2006)

Die Experimentalplattform besteht aus folgenden Hauptkomponenten:

- Einspeisungen mit Synchron- und Asynchrongeneratoren
- Fremdnetzeinspeisung
- Transformatoren und Schaltgeräte
- Regeltransformatoren und Stufenregler
- Leitungsnachbildung durch RLC-Glieder in  $\pi$ -Ersatzschaltung
- Schaltanlagen mit Doppelsammelschienen und Längs-/Querkupplung
- Passive (schaltbare RLC-Glieder) und motorische Lasten (Asynchronmaschinen)
- Sternpunktbehandlung (isoliert, Resonanz, NOSPE, starr)
- Überstrom-, Differential- und Distanzschutz
- Generatorschutz
- Überlagerte SPS Automatisierungsebene als Netzleitsystem

Die Auslegung der Versuchsanlage erfolgte für 230V (verkettet) und 1,5kVA (dreiphasig). Bei der Dimensionierung der o.g. Komponenten wurden die Parameter so gewählt, dass folgende Modellmaßstäbe angenähert wurden:

Spannungen:  $1:10^3$

Ströme  $1:10^2$

(Leistungen  $1:10^5$ )

Insbesondere die Leitungssegmente des NuK bilden dann näherungsweise Hochspannungsfreileitungen einer gewissen Länge nach.

Im Rahmen des gesamten Kapitels 5 werden alle Größen in den Modellmaßstäben angegeben (z.B. beträgt die Auslegungsscheinleistung somit 150MVA), bei Leitungen wird zur Charakterisierung ihre Modelllänge (z.B. 50km) verwendet.

Zur Beschleunigung der Experimente wurden alle Zeitreihen so gestaucht, dass 1h (‚Originalzeit‘ der Zeitreihen) auf 10 Sekunden (Realzeit der Experimente) abgebildet wurde. Eine weitere Stauchung erwies sich aus Gründen der Zeitkonstanten der Versuchsanlage als nicht sinnvoll. Die Messungen erfolgten jeweils am Ende eines 10-Sekundenintervalls und bilden den dann erreichten quasistationären Zustand ab. Gemäß der vorgenannten Konvention bzgl. der Modellmaßstäbe wird im Folgenden bei Zeitangaben die ‚Originalzeit‘ verwendet.

Erweiterungen der Experimentalanlage waren für die experimentellen Arbeiten in folgenden Bereichen erforderlich:

### ***Einspeisungen und Lasten***

Das Netzmodell im Rahmen der PLF basiert auf den Spannungs- Leistungsgleichungen (Gleichung 1-7) des Energiesystems. Bedingt durch die Ausführung der Einspeisungen des NuK als drehzahl- (momenten-) geregelte Antriebsmaschinen in Kombination mit spannungsgeregelten Generatoren sowie der Lasten als passive R-L-C Schaltungen (Konstantimpedanzlasten) sind die komplexen Knotenleistungen des Netzmodells nicht



unmittelbar am NuK einstellbar gewesen. Aus diesem Grunde sind folgende überlagerten Regelungen realisiert worden:

Für die Kraftwerkseinspeisungen wurden Analogregler zur Regelung des Erregerstroms der Kraftwerkseinspeisungen realisiert, um sie wahlweise spannungs- (für Anfahr- und Synchronisierzwecke) oder blindleistungsgeregelt (für den eigentlichen Experimentalbetrieb) betreiben zu können. Die nachfolgende Abbildung zeigt die Prinzipdarstellung der realisierten Regelungsstruktur.

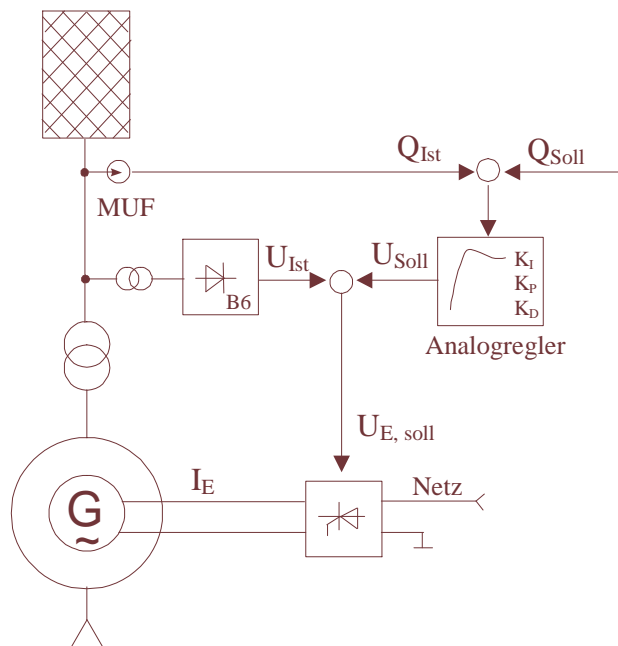


Abb. 5-5 Prinzipskizze der realisierten Blindleistungsregelung der beiden Kraftwerkseinspeisungen des NuK

Die als schaltbare RLC-Kaskaden aufgebauten Konstantimpedanzlasten wurden durch eine SPS-basierte Kennfeldsteuerung mit überlagerter Sollwertnachführung erweitert, so dass sowohl ihr Wirk- als auch ihr Blindleistungsbezug durch Zeitreihen gesteuert werden kann.

### Szenarien-Steuerung

Gemäß der in Abschnitt 5.2 dargestellten Grundidee ist eine zeitvariante Systemumgebung in Form von Zeitreihen für Einspeise- und Lastleistungen dem physikalischen Modell aufzuprägen. Dies geschieht je Zeitpunkt durch Vorgabe von

Sollwerten für die vorgenannten Regler für Wirk- und Blindleistung der Einspeisungen/Lasten.

Abbildung 5-6 stellt die Architektur des zu diesem Zweck realisierten Automatisierungssystems dar.

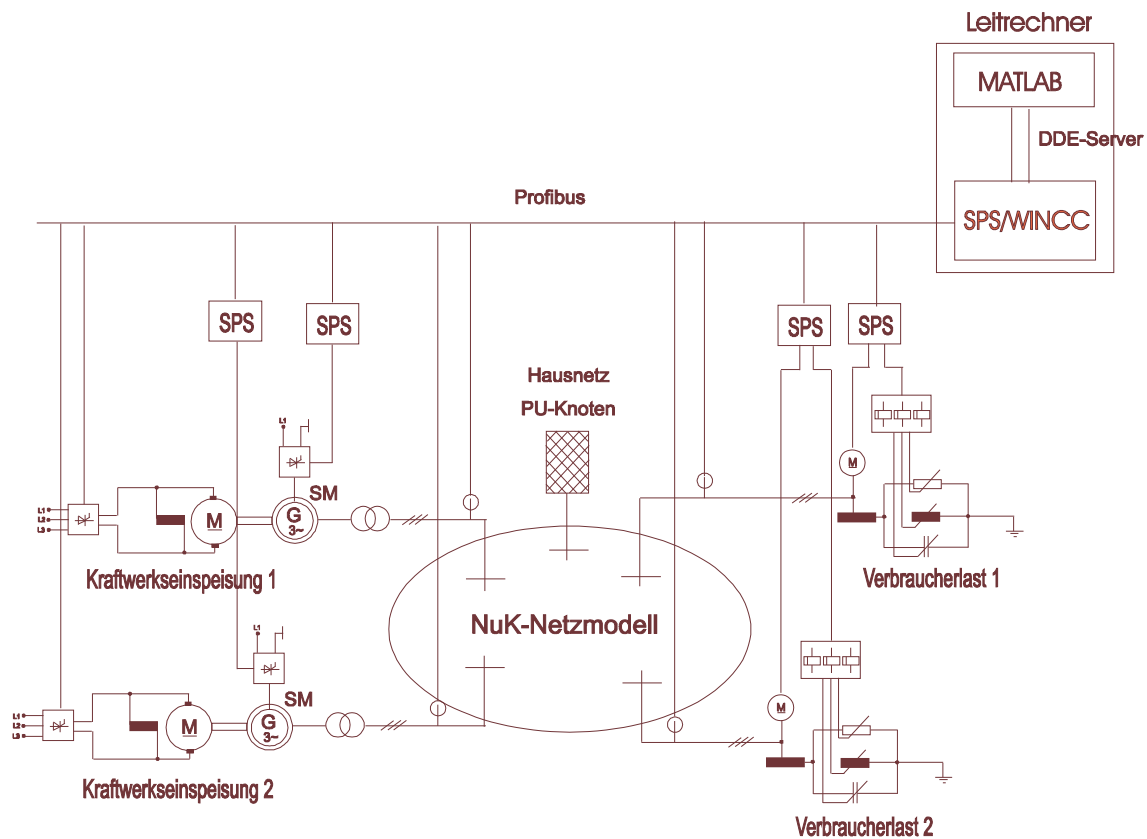


Abb. 5-6 Prinzipskizze der Automatisierungsebene des NuK

### ***Messwerterfassung***

Die Messwerterfassung des Systems wurde um mehrere Multimessumformer mit Profibusanbindung erweitert, so dass an frei wählbaren Messpunkten Spannungen, Ströme, Wirkleistungen und Phasenwinkel dreiphasig als Zeitreihen gemessen werden konnten.

## 5.4 Entwurf der Experimente

### 5.4.1 *Zu prüfende Modellhypothesen*

Das Lastmodell basiert auf drei zentralen Modellhypothesen, die im Folgenden jeweils durch ein Experiment überprüft werden sollen.

#### *Modellhypothese 1*

Ein HVAR-Lastprozess liefert im Rahmen einer numerischen Lastflussberechnung hinreichend ähnliche statistische Aussagen wie Messdaten des zu modellierenden Lastprozesses.

#### *Modellhypothese 2*

Unvollständig besetzte Varianz-Kovarianzmatrizen von Lastprozessen des betrachteten Typs können mit hinreichender Genauigkeit durch Erwartungswerte aufgefüllt werden. D.h. Knotenleistungen, für die beispielsweise nur Schleppzeigerwerte zur Verfügung stehen, lassen sich durch einen erwartungstreuen Prozess modellieren.

#### *Modellhypothese 3*

Lastprozesse des betrachteten Typs sind statistisch unabhängig von der Windgeschwindigkeit in ihrer Umgebung. Windleistungsprozesse und Lastleistungsprozesse können deshalb getrennt voneinander modelliert werden und anschließend zu einem resultierenden Knotenleistungsprozess addiert werden.

### 5.4.2 *Differenzen zwischen Lastflussmodell und Realsystem*

Das für die experimentelle Validierung verwendete Modellsystem am NuK hat eine Reihe von Eigenschaften, die durch das numerische Lastflussmodell nicht oder nur teilweise abgebildet werden. Die Differenzen sind dabei qualitativ identisch mit Differenzen zwischen realen Energiesystemen und entsprechenden Lastflussmodellen. Die wesentlichen Unterschiede sind im Folgenden aufgelistet.

- Die Lastflussgleichungen basieren auf einem einphasigen Ersatzschaltbild.  
Unsymmetrische Verhältnisse, wie sie in Realnetzen zu finden sind, führen damit zu

Differenzen zwischen Mess- und Berechnungsergebnissen. Auch am NuK findet man teilweise unsymmetrische Verhältnisse vor, da beispielsweise die für die Leitungssegmente und Lasten verwendeten Bauteile Toleranzen aufweisen.

- Das zeitliche Verhalten von Stufenreglern kann durch das numerische Modell nur näherungsweise wiedergegeben werden. Spannungszeitverläufe sind dadurch in der Regel nur qualitativ vergleichbar.
- Berechnungsdaten können nur mit Messdaten verglichen werden. Diese geben den physikalischen Realprozess aufgrund von Fehlern in der Messkette nur mit einer begrenzten Genauigkeit wieder. Die Fehler in der Messkette sind beim NuK allerdings vernachlässigbar gering, da die Genauigkeitsklasse der verwendeten Messumformer mit 0.2 relativ hoch ist. Bei realen Energiesystemen können Messfehler jedoch einen signifikanten Einfluss besitzen.
- Das numerische Lastflussmodell geht von einer Frequenz von 50Hz aus. Sowohl am NuK als auch in realen Energiesystemen kann die Frequenz abweichen. Aufgrund der Toleranzgrenzen von  $\pm 1\text{Hz}$  nach DIN EN 50160 sind die Einflüsse auf die Berechnungsergebnisse allerdings vernachlässigbar.
- Während das Lastflussmodell von reinen sinusförmigen Strömen und Spannungen ausgeht, treten sowohl am NuK als auch in realen Energiesystemen bisweilen starke Verzerrungen durch Oberschwingungen auf. Am NuK sind diese stark tageszeitabhängig, da die Oberschwingungsbelastung durch das Lastverhalten des parallel betriebenen Hochschulnetzes bestimmt wird.

Eine für den NuK spezifische Fehlerquelle ist die Steuerung der Lasten und Einspeisungen, da die vorgegebenen Zeitreihen nur mit einer begrenzten Genauigkeit nachgefahren werden können. Diese vergleichsweise signifikante Fehlerquelle wurde umgangen, indem dem numerischen Modell anstelle der Solllastgänge die sich tatsächlich einstellenden Lastverläufe als Knotenleistungen vorgegeben wurden. Entscheidend für die Modellvalidierung ist allerdings, dass die Fehler der Lasten- und Einspeisesteuerungen nicht die statistischen Eigenschaften der Zeitreihen signifikant beeinflussen sollten. Nachfolgend sind die Sollwertverläufe und die gemessenen Zeitverläufe der Wirk- und Blindleistungen einer Verbraucherlast sowie der verwendeten Kraftwerkseinspeisung exemplarisch für einen Wochenzeitverlauf dargestellt:

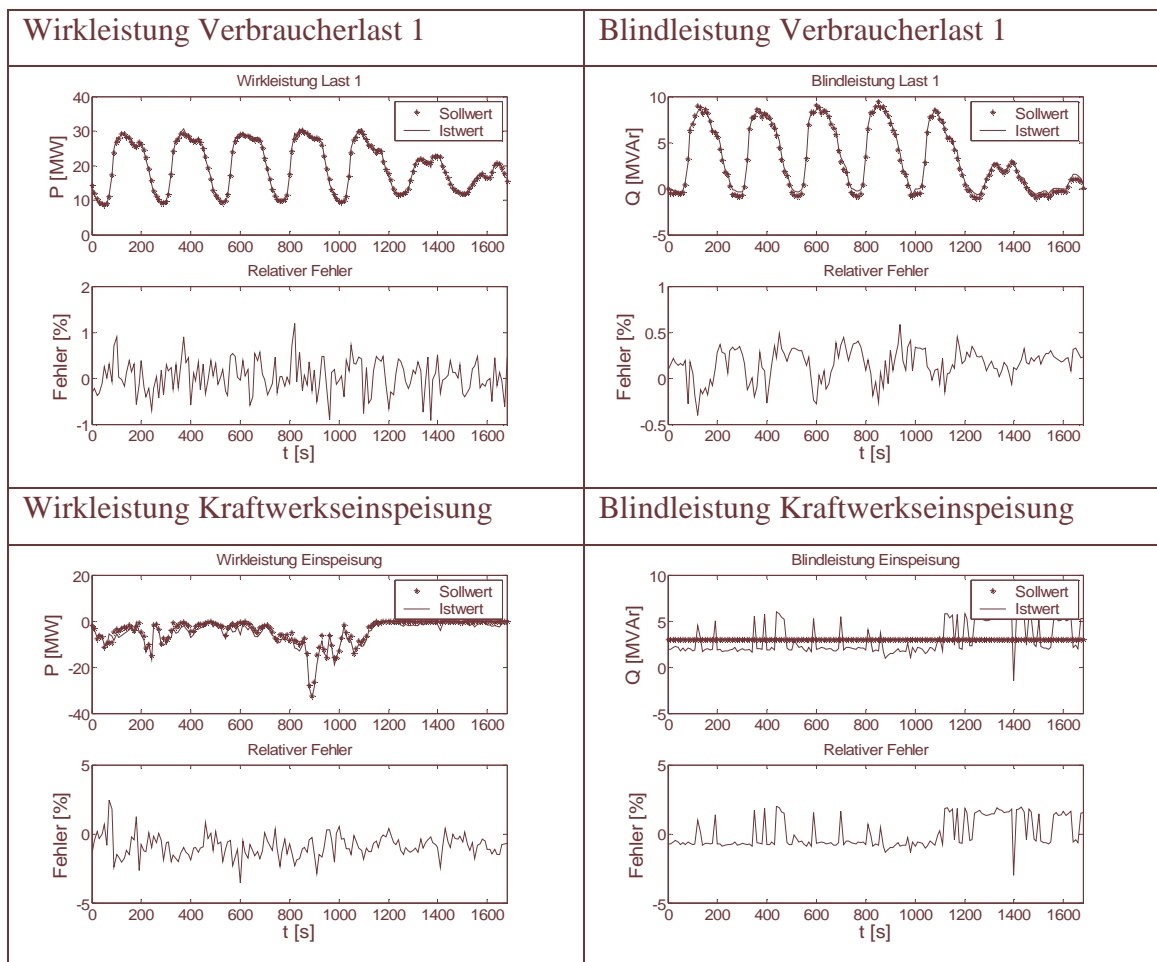


Abb. 5-7 Darstellung der relativen Fehler der Zeitreihensteuerung des NuK

Die Zeitreihen wurden mit einer zeitlichen Auflösung von 1h in 10-Sekundenschritten vorgegeben. (Die Werte sind im Modellmaßstab angegeben, vgl. Abschnitt 5.3).

Der relative Fehler (bezogen auf die Nennscheinleistung des NuK im Modellmaßstab von 150MVA) der Kraftwerkseinspeisung ist sowohl bei Wirk- als auch Blindleistung kleiner 1%, sodass davon ausgegangen werden kann, dass die statistischen Eigenschaften der Zeitreihen weitgehend erhalten bleiben. Dies wird durch einen Vergleich der Spektralen Leistungsdichten der entsprechenden Soll- und Istwertzeitreihe untermauert:

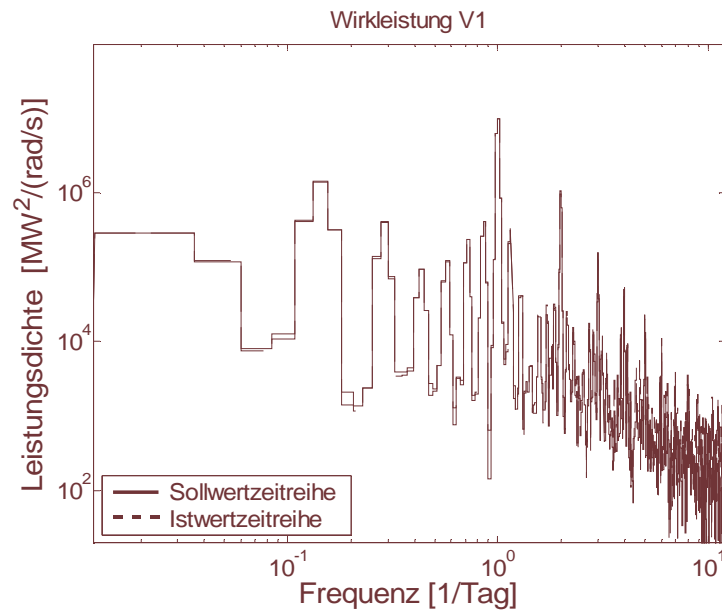


Abb. 5-8 Spektrale Leistungsdichtefunktion einer Soll- und Istwertzeitreihe der Wirkleistung, gemessen an der Verbraucherlast 1 des NuK

Der relative Fehler der Wirkleistung der Kraftwerkseinspeisung ist demgegenüber etwa doppelt so hoch. Dies ist im Wesentlichen auf die deutlich höhere Dynamik von Windleistungszeitreihen gegenüber Lastzeitreihen zurückzuführen. Trotzdem bleiben auch hier die statistischen Eigenschaften weitgehend erhalten:

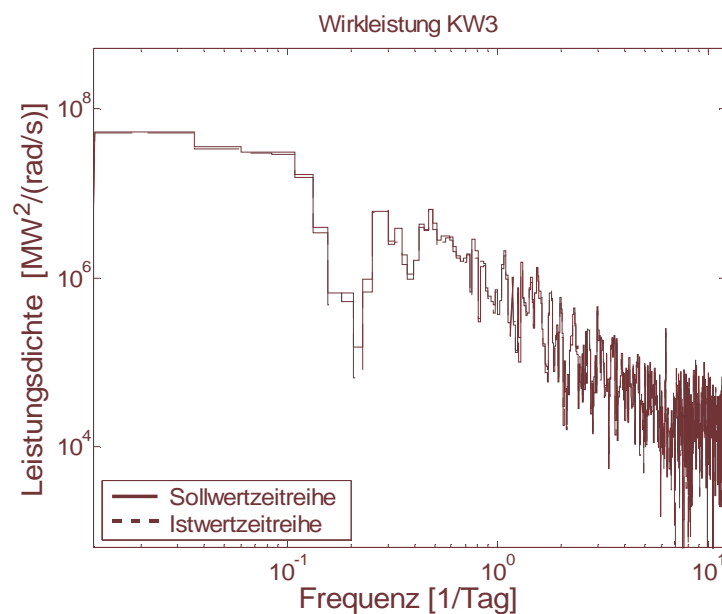


Abb. 5-9 Spektrale Leistungsdichtefunktion einer Soll- und Istwertzeitreihe der Wirkleistung, gemessen an der Kraftwerkseinspeisung 3



#### 5.4.4 Definition der verwendeten Abweichungsmaße

Die wesentlichen Aussagen im Rahmen der PLF sind zum einen Überschreitungswahrscheinlichkeiten und zum anderen zu erwartende Überschreitungsdauern. Prognosen über einzelne Extremwerte oder exakte Zeitpunkte sind nicht möglich, da nicht Zeitverläufe, sondern statistische Aussagen in die Zukunft fortgeschrieben werden. Im vorliegenden Rahmen ist es deshalb nicht zweckmäßig, Zeitverläufe von Systemgrößen direkt miteinander zu vergleichen. Ebenso wie die synthetisierten Zeitverläufe der Knotenleistungen, besitzen auch alle Zeitverläufe der resultierenden Systemgrößen statistische Eigenschaften, welche mit einem Realprozess vergleichbar sein sollten. Sie besitzen aber schon per Definition weder vergleichbare Absolutwerte noch exakt vergleichbares Zeitverhalten.

Bei der probabilistischen Bewertung eines Realnetzes würde man die Überschreitungswahrscheinlichkeiten und Überschreitungsdauern für jedes Betriebsmittel anhand eines individuell festgelegten Grenzwertes betrachten. Diese Betrachtungsweise erscheint im vorliegenden Rahmen ungeeignet, da die daraus gewonnenen Abweichungsmaße nicht miteinander vergleichbar wären. Stattdessen wird für alle betrachteten Systemgrößen einheitlich das 0,95-Quantil als Bewertungsgröße gewählt. Das 0,95-Quantil ist dabei der Wert  $X$ , für den die Verteilungsfunktion  $F_G$  der Zufallsvariablen  $G$  0,95 beträgt (synonym: unter dem 95% aller Werte der Zeitreihe der betrachteten Systemgröße liegen).

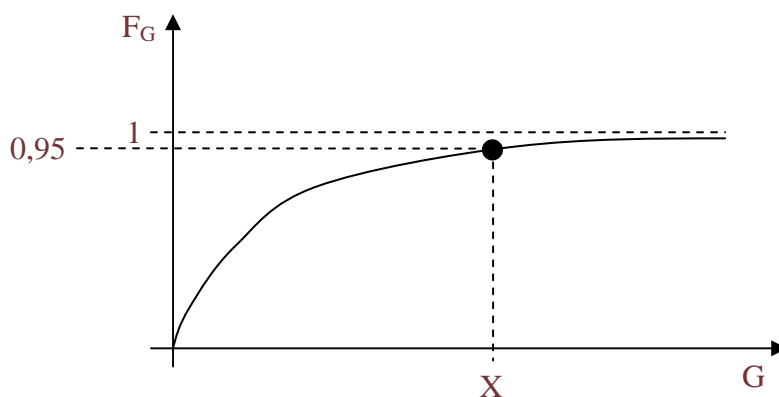


Abb. 5-11 Verteilungsfunktion  $F_G$  einer Zufallsvariablen  $G$  mit zugehörigem 0,95-Quantil mit Wert  $X$



Die Differenz der 0,95-Quantile wird dann auf den jeweiligen Nennwert der Systemgröße normiert, so dass man zu einem prozentualen Fehlermaß gelangt.

Das Abweichungsmaß für Leitungsströme wird dementsprechend wie folgt definiert:

$$\text{Stromabweichung } \Delta I = \frac{|I_{0,95 \text{ Messung}} - I_{0,95 \text{ Rechnung}}|}{I_D} \cdot 100\% \quad (5-2)$$

$I_{0,95}$  ist dabei das 0,95-Quantil der Zeitreihe des Stromes und  $I_D$  ist definiert als der zulässige Dauerstrom der Leitung. Um Vergleichbarkeit zwischen den Ergebnissen zu gewährleisten, wurde der zulässige Dauerstrom für alle drei Leitungen auf  $I_D = 100\text{A}$  festgelegt.

Das Abweichungsmaß für Knotenspannungen wird äquivalent wie folgt definiert:

$$\text{Spannungsabweichung } \Delta U = \frac{|U_{0,95 \text{ Messung}} - U_{0,95 \text{ Rechnung}}|}{U_N} \cdot 100\% \quad (5-3)$$

$U_{0,95}$  ist dabei das 0,95-Quantil der Zeitreihe der Spannung, und  $U_N$  ist die Nennspannung des Modellnetzes. Da die nahezu konstante Spannung des Slack-Knotens nicht betrachtet werden soll, ist die Nennspannung für alle verbleibenden 3 Knoten identisch.

Als weiteres Bewertungsmaß wird die Häufigkeitsverteilung  $H$  der Überschreitungsdauern  $T$  gewählt. Statistisch ist sie ein wesentliches Maß für die Eigenschaften der Zeitreihen, da vor allem das Korrelationsverhalten bestimmt, mit welcher zeitlichen Dauer ein Schwellwert  $X$  überschritten wird. Optisch verglichen werden können dabei die Häufigkeitsverteilungen der Überschreitungsdauern.

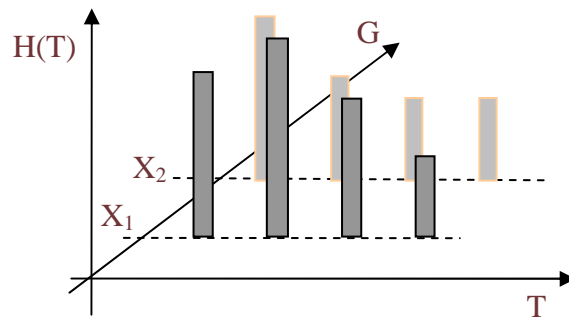


Abb. 5-12 Prinzipdarstellung der Häufigkeitsverteilung  $H(T)$  der Überschreitungsdauer  $T$  zweier Schwellwerte  $X_1$  und  $X_2$  einer Zufallsvariablen  $G$

Als zusätzliches Fehlermaß wird die Abweichung der kumulierten Überschreitungsdauer definiert:

$$\text{Überschreitungsdauerabweichung } \Delta t = \left| 1 - \frac{\sum t_{u \text{ Messung}}}{\sum t_{u \text{ Rechnung}}} \right| \cdot 100\% \quad (5-4)$$

Die Zeitdauer  $t_u$  ist dabei die Zeitdauer, mit der ein definierter Schwellwert innerhalb der Zeitreihe überschritten wird. Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, wird als Schwellwert einheitlich das 0,95-Quantil der Zeitreihen festgelegt.

#### 5.4.5 Parametrierung des HVAR-Lastmodells

Für die Erzeugung der HVAR-Prozesse wurde, äquivalent zu den numerischen Untersuchungen der Modellgenauigkeit, einheitlich folgende Parametrierung des Lastmodells gewählt:

Anzahl der zu extrahierenden harmonischen Signalanteile:	$K = 30$
Anzahl der Lags zur Nachbildung des Restsignals:	$p = 100$

Aufgrund der 1/4-Stundenaufösung der Messdaten beträgt der zeitliche Lag zur Restsignalbildung damit 25h.

## 5.5 Experiment 1: Abschätzung der relativen Genauigkeit des Lastmodells

### 5.5.1 Ablauf des Experimentes

Die nachfolgende schematische Darstellung zeigt den Ablauf des Experimentes, der anschließend näher erläutert wird.

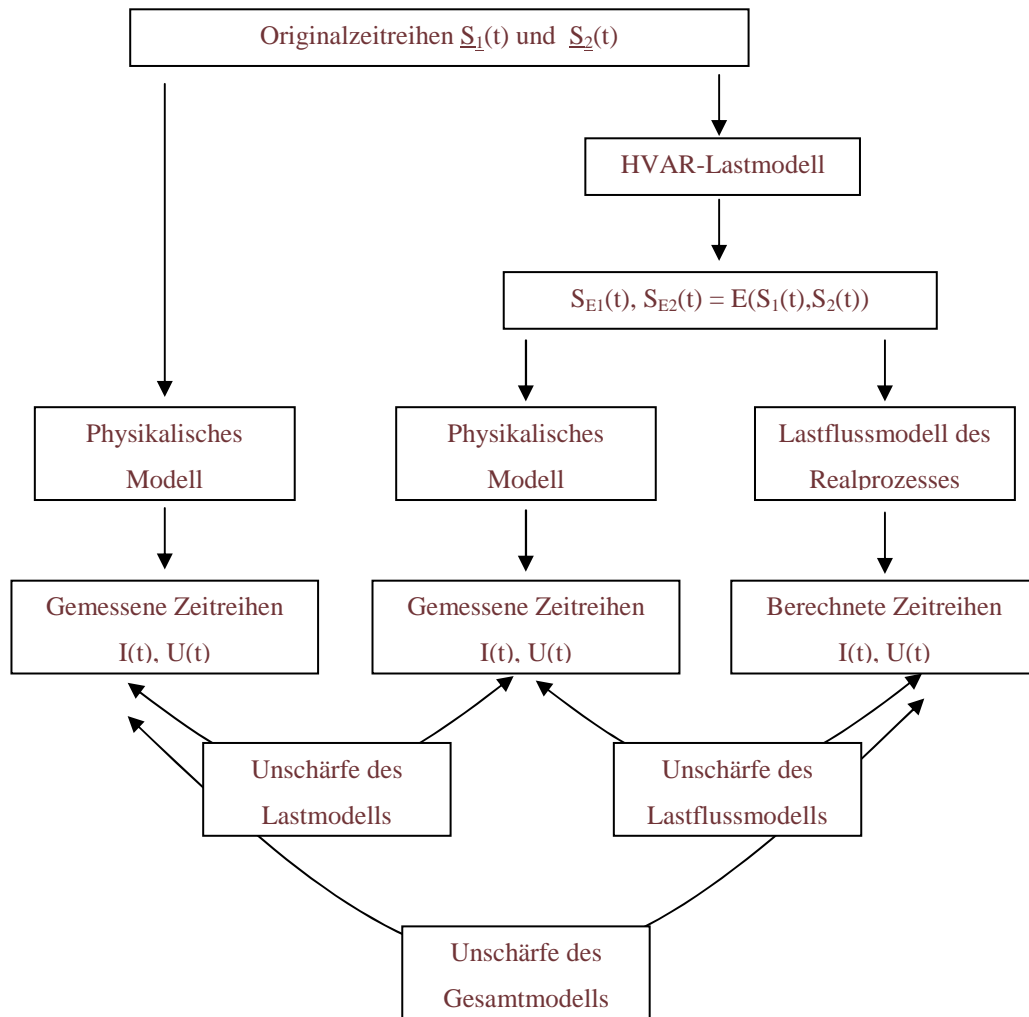


Abb. 5-13 Schematischer Ablauf des ersten Experimentes

Als Basis dienen zeitlich parallel gemessene Jahreszeitreihen der Wirk- und Blindleistung ( $S_1(t)$  und  $S_2(t)$ ) von zwei Mittelspannungsnetzen des betrachteten Typs (Originalzeitreihen).

Die Originalzeitreihen wurden entsprechend der Modellmaßstäbe des NuK umskaliert und dem Modellnetz am NuK (physikalisches Modell) über den Leitrechner den

Verbraucherlasten 1 und 2 aufgeprägt. Die sich einstellenden Knotenspannungen und Leitungsströme wurden über die Messwerterfassung des Systems aufgezeichnet und auf dem Leitrechner als Zeitreihen ( $\underline{I}(t)$  und  $\underline{U}(t)$ ) gespeichert.

Mit Hilfe des HVAR-Lastmodells wurde auf Basis der Originalzeitreihen ein erwartungstreuer Knotenleistungsprozess generiert. Dieser besteht damit aus zwei Knotenleistungsprozessen ( $S_{E1}(t)$  und  $S_{E2}(t)$ ) mit identischen statistischen Eigenschaften, die dem Erwartungswert  $E$  der statistischen Eigenschaften der Originalzeitreihen ( $E(S_1(t), S_2(t))$ ) entsprechen. Diese Modellzeitreihen wurden ebenfalls dem Modellnetz am NuK aufgeprägt und die sich einstellenden Knotenspannungen und Leitungsströme als Zeitreihen gemessen.

Parallel zu den Messungen am NuK wurden die Modellzeitreihen einem numerischen Lastflussmodell des physikalischen Modellnetzes aufgeprägt. Die mittels der Netzgleichungen berechneten Zeitreihen der Knotenspannungen und Leitungsströme konnten dann direkt mit den gemessenen Zeitreihen verglichen werden.

Die Unschärfen der einzelnen Modellkomponenten ergeben sich durch Vergleiche der auf diese drei unterschiedlichen Weisen gewonnenen Spannungs- und Stromzeitreihen entsprechend der schematischen Darstellung in Abbildung 5-13.

### 5.5.2 Prinzipschaltung des Modellnetzes

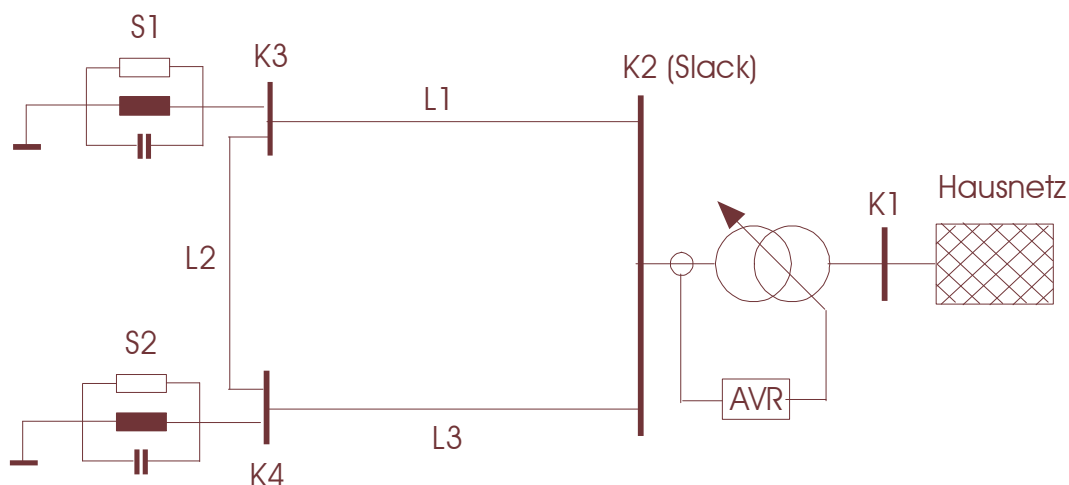
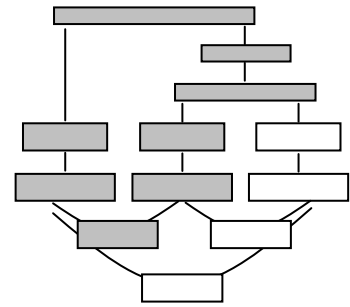


Abb. 5-14 Prinzipschaltung des Modellnetzes für das Experiment 1

### 5.5.3 Messungen mit Original- gegen erwartungstreuen HVAR-Prozess

Im Folgenden sind die Ergebnisse entsprechend der nebenstehenden grau markierten Pfade des Experimentes dargestellt. Es werden die statistischen Eigenschaften der gemessenen Ströme und Spannungen der beiden Messungen am Modellnetz miteinander verglichen.



Dargestellt wird jeweils links das Komplement der Verteilungsfunktion der jeweiligen physikalischen Größe sowie rechts die Häufigkeitsverteilung der 5%-Überschreitungsdauern. In den Funktionsverläufen der Verteilungsdichten ist jeweils der Maximalwert sowie der Wert des 0,95-Quantils durch einen Punkt bzw. ein Quadrat markiert.

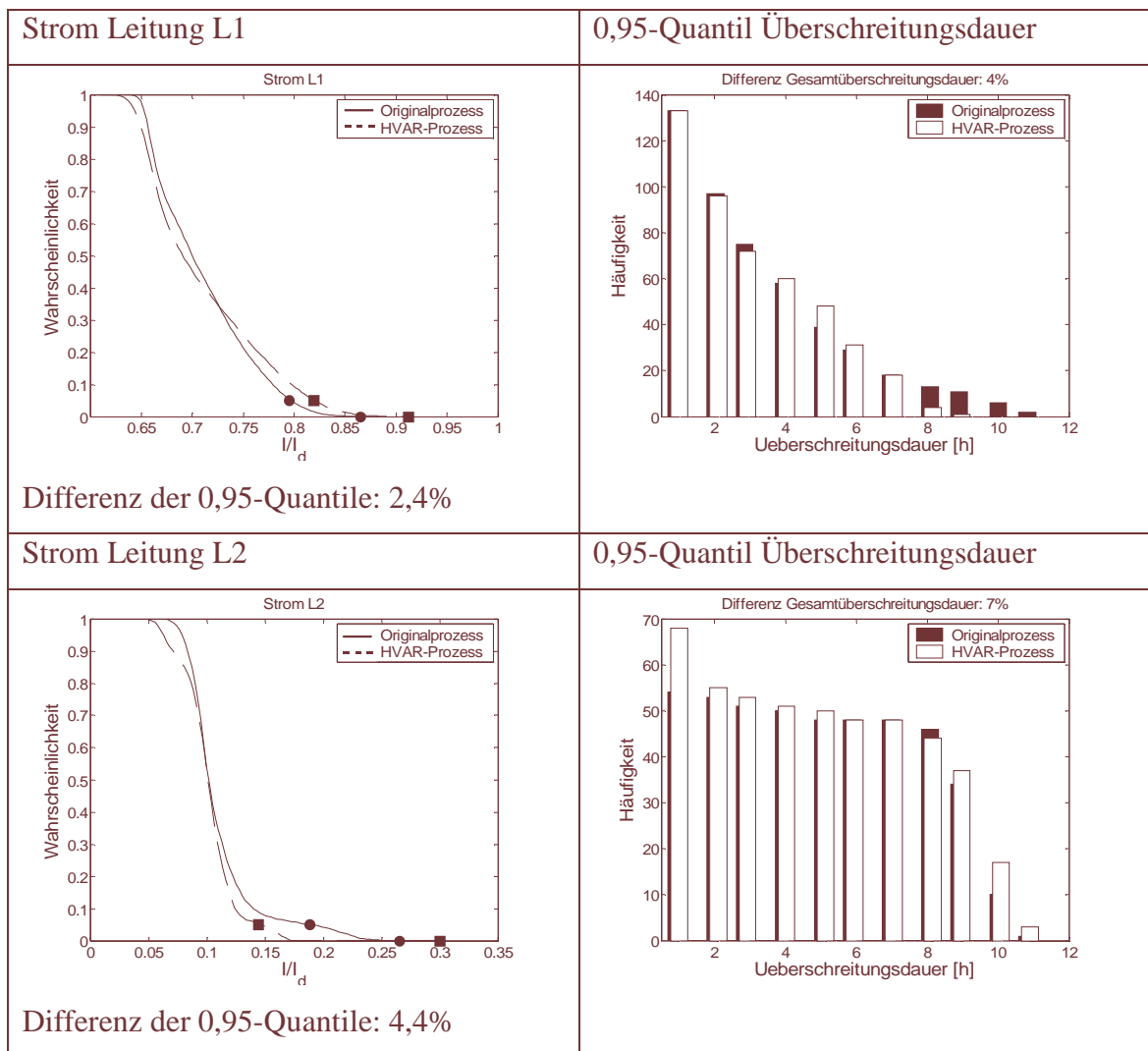


Abb. 5-15 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

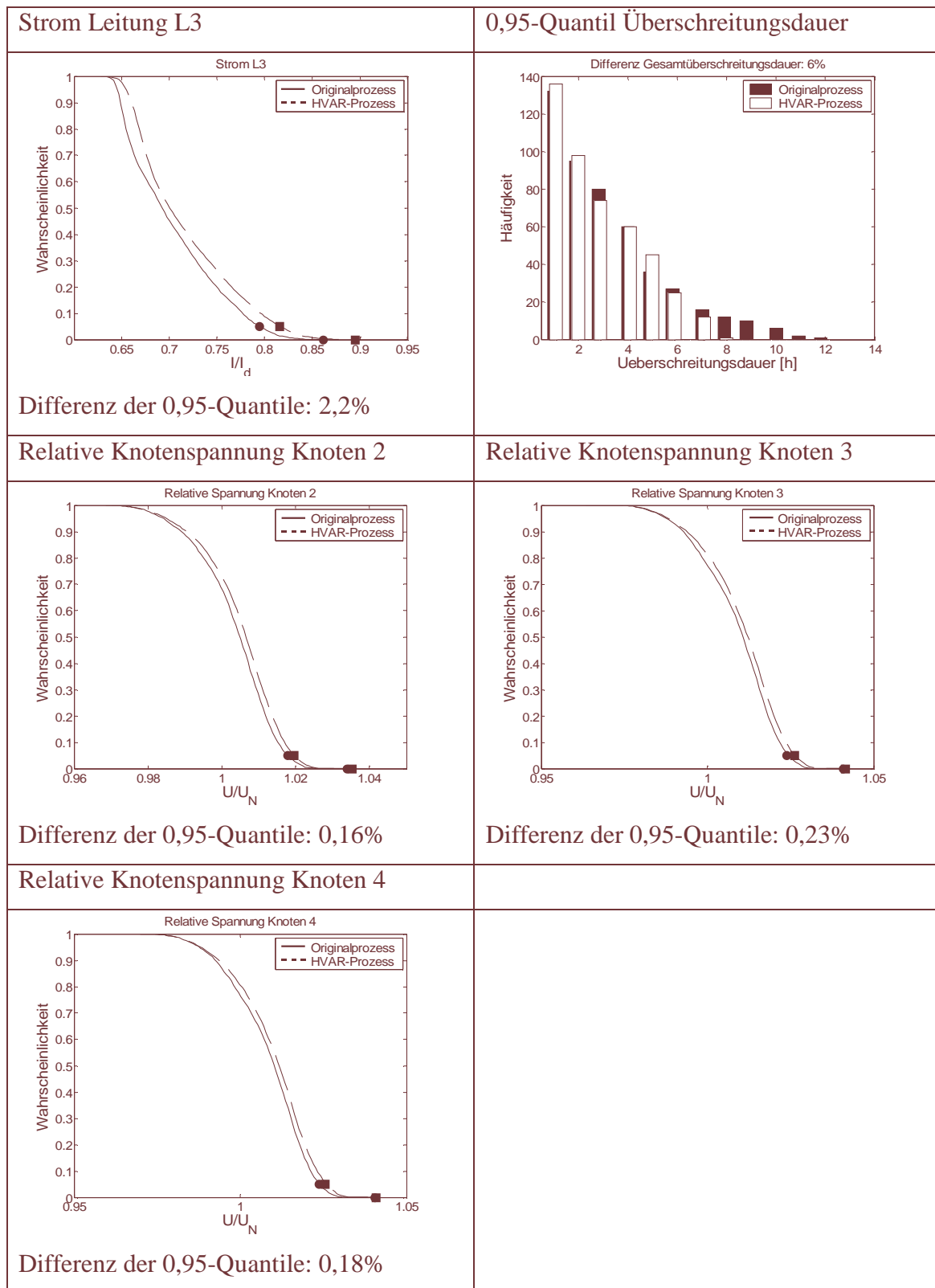


Abb. 5-16 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

### 5.5.4 Messungen gegen Rechnung mit erwartungstreuem HVAR-Prozess

Im Folgenden sind die Ergebnisse entsprechend der nebenstehenden grau markierten Pfade dieses Teils des Experimentes dargestellt. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgte analog zum vorigen Abschnitt (links das Komplement der Verteilungsfunktion der jeweiligen physikalischen Größe sowie rechts die Häufigkeitsverteilung der 5%-Überschreitungsdauern).

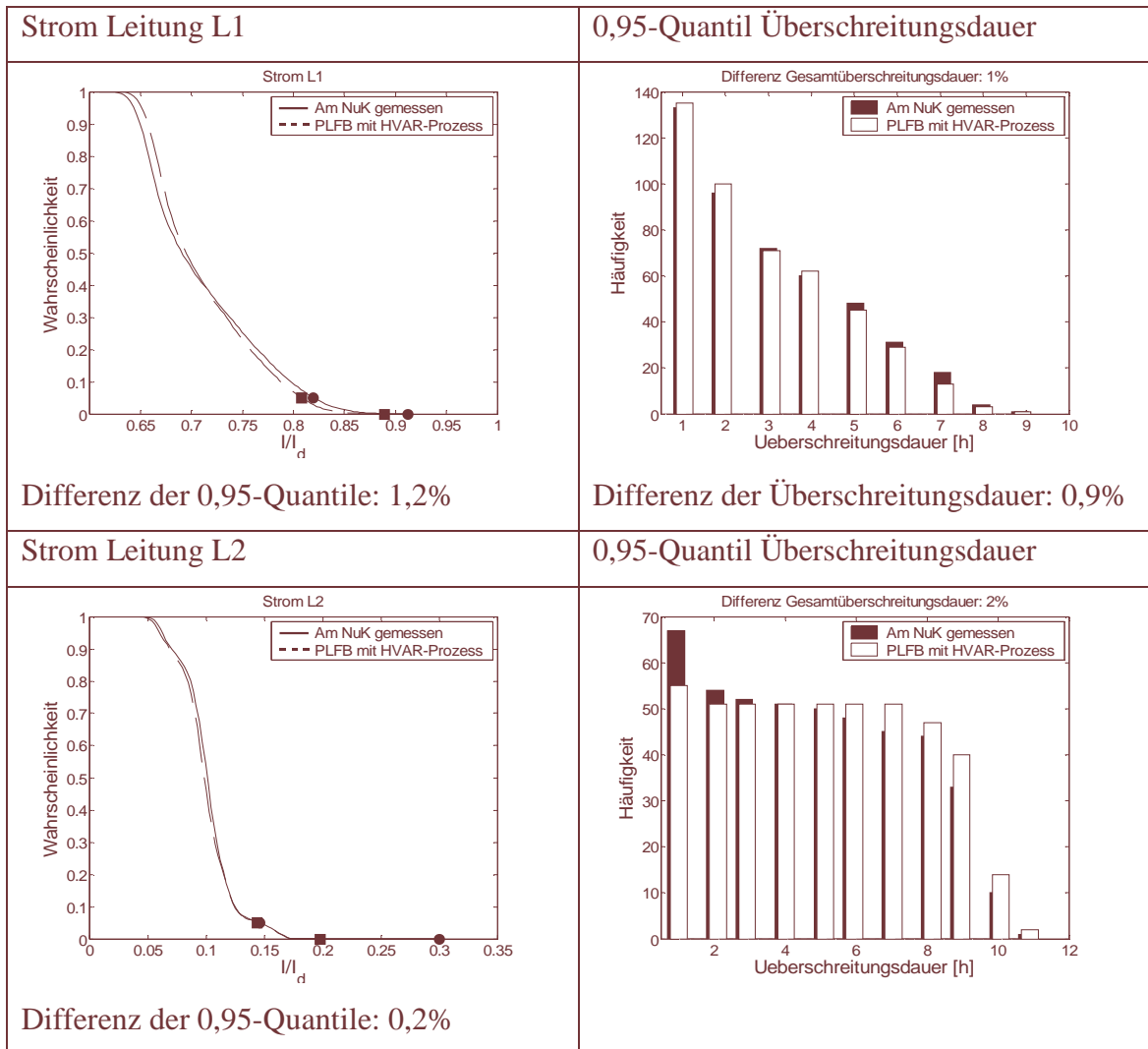
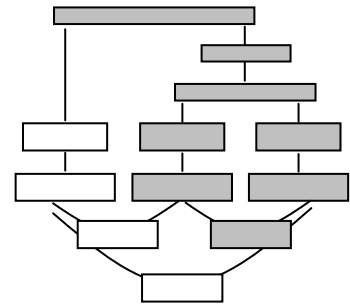


Abb. 5-17 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

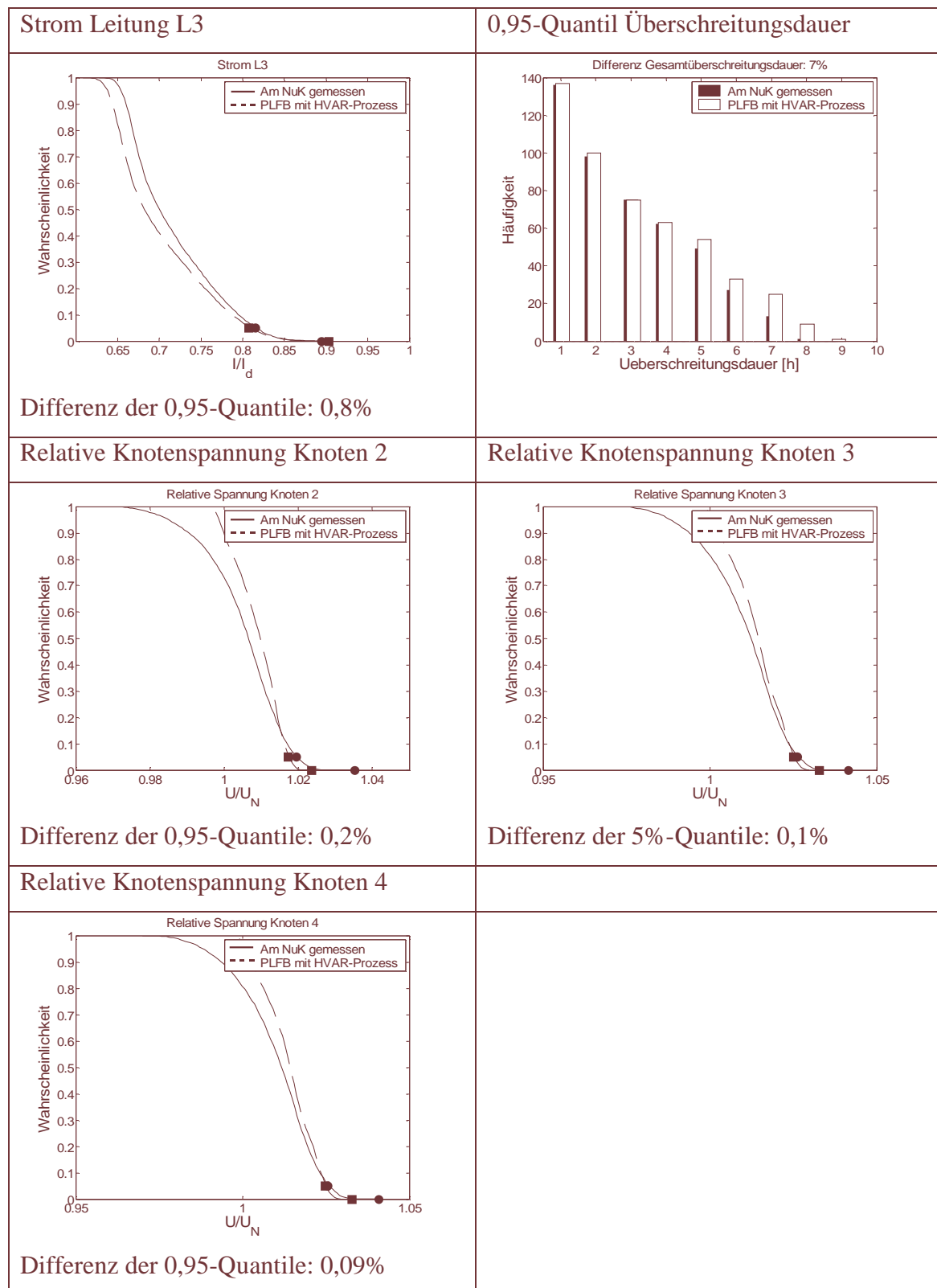


Abb. 5-18 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern





Abb. 5-19 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

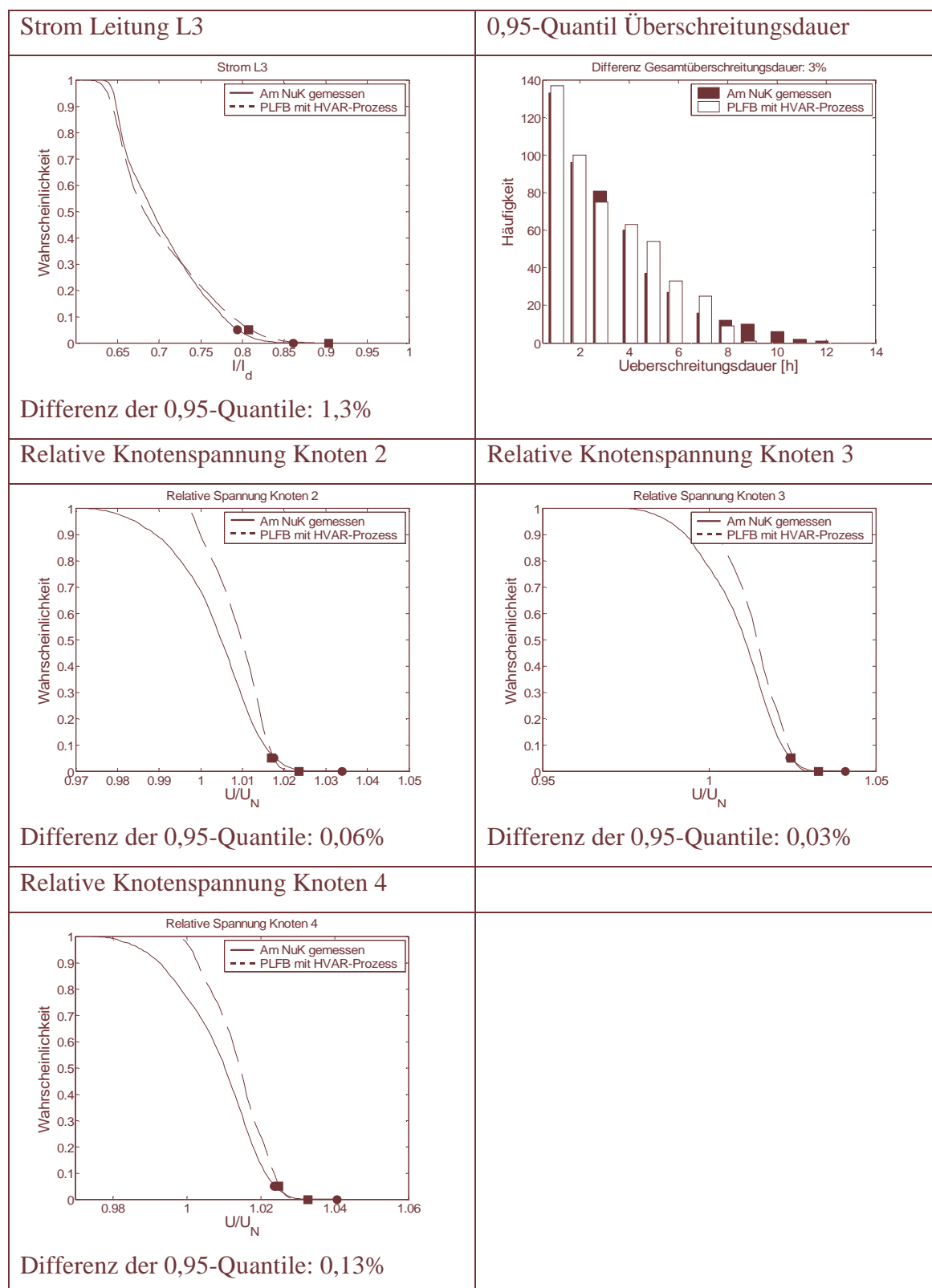
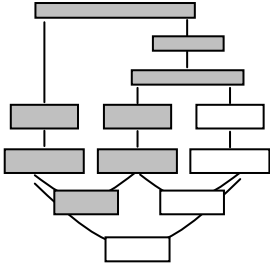
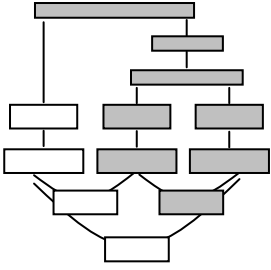
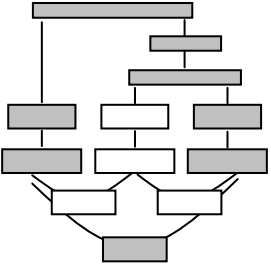


Abb. 5-20 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

### 5.5.6 Gesamtübersicht und Bewertung des Experiments

Tabelle 5-1 Abweichungen zwischen den Messungen und Rechnungen

			
Strom L1	2,4%	1,2%	0,9%
Strom L2	4,4%	0,2%	4,5%
Strom L3	2,2%	0,8%	1,3%
<b>Mittelwert</b>	<b>3,0%</b>	<b>0,7%</b>	<b>2,2%</b>
Spannung K2	0,16%	0,2%	0,06%
Spannung K3	0,23%	0,1%	0,03%
Spannung K4	0,18%	0,09%	0,13
<b>Mittelwert</b>	<b>0,19%</b>	<b>0,13%</b>	<b>0,07%</b>

Die Unschärfe des Lastmodells für Mittelspannungsnetze ohne gemessene Zeitreihen (ablesbar in der zweiten Spalte der Tabelle 5-1) liegt damit bei etwa 3% für Ströme und etwa 0,2% für Spannungen. Auffällig ist hierbei die erhöhte Ungenauigkeit für den Strom des Ringverbinders L2.

Die Korrelation zwischen den beiden Lastleistungen des erwartungstreuen Prozesses ist damit offensichtlich signifikant höher als die Korrelation zwischen den Zeitreihen des Originalprozesses. Die Unschärfe des Lastflussmodells (ablesbar in der dritten Spalte der Tabelle 5-1) liegt bei etwa 0,7% für Ströme und etwa 0,1% für Spannungen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Parameter des NuK Modellnetzes (in der Regel im Gegensatz zu Realnetzen) sehr exakt bekannt sind. Die verbleibenden Unschärfen werden im Wesentlichen auf Unsymmetrien und nichtsinusförmige Systemgrößen zurückgeführt.

Die Unschärfe des resultierenden PLF-Gesamtmodells (ablesbar in der vierten Spalte der Tabelle 5-1) liegt bei etwa 2,2% für Ströme und 0,1% für Spannungen. Sie wird maßgeblich durch die Unschärfe der erwartungstreuen Schätzung bestimmt, die sich in der erhöhten Unschärfe des Stromes über den Ringverbinder ausdrückt.

## 5.6 Experiment 2: Abschätzung des Fehlers einer Modellierung messtechnisch nicht erfasster Knotenleistungen durch erwartungstreue Lastprozesse

### 5.6.1 Ablauf des Experimentes

Die nachfolgende schematische Darstellung zeigt den Ablauf des Experimentes, der anschließend näher erläutert wird.

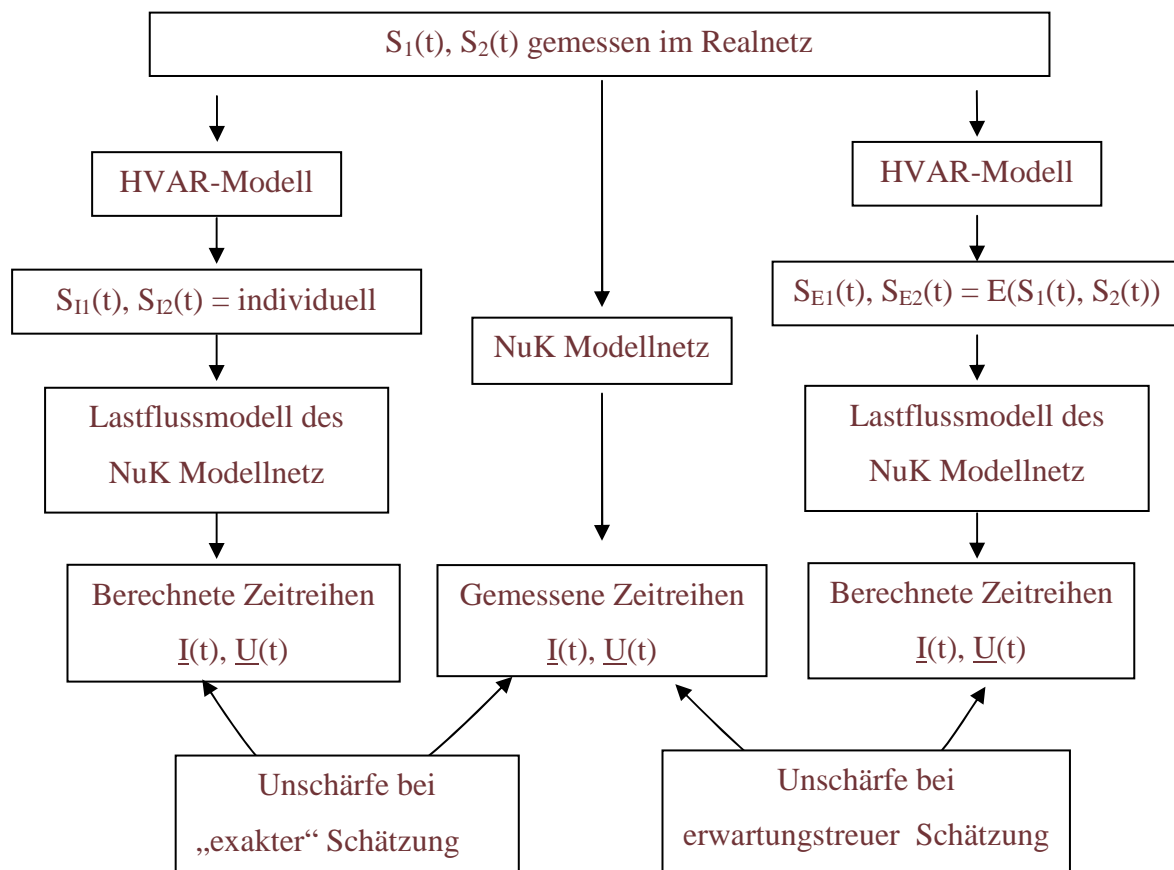


Abb. 5-21 Schematischer Ablauf des zweiten Experimentes

Als Basis dienen wieder zeitlich parallel gemessene Jahreszeitreihen der Wirk- und Blindleistung ( $S_1(t)$  und  $S_2(t)$ ) von zwei Mittelspannungsnetzen des betrachteten Typs (Originalzeitreihen).

Die Originalzeitreihen wurden entsprechend der Modellmaßstäbe des NuK umskaliert und dem Modellnetz am NuK (physikalischer Realprozess) über den Leitrechner den Verbraucherlasten 1 und 2 aufgeprägt. Die sich einstellenden Knotenspannungen und Leitungsströme wurden über die Messwerterfassung des Systems aufgezeichnet und auf dem Leitrechner als Zeitreihen ( $\underline{I}(t)$  und  $\underline{U}(t)$ ) gespeichert.

Mit Hilfe des HVAR-Lastmodells wurde auf Basis der Originalzeitreihen ein individueller Knotenleistungsprozess generiert. Dieser besteht also aus zwei Knotenleistungsprozessen ( $S_{I1}(t)$  und  $S_{I2}(t)$ ), deren statistische Eigenschaften jeweils den individuellen statistischen Eigenschaften der beiden Originalzeitreihen entsprechen. Parallel dazu wurde auf Basis der Originalzeitreihen ein erwartungstreuer Knotenleistungsprozess generiert. Dieser besteht also aus zwei Knotenleistungsprozessen ( $S_{E1}(t)$  und  $S_{E2}(t)$ ) mit identischen statistischen Eigenschaften, die dem Erwartungswert  $E$  der statistischen Eigenschaften der Originalzeitreihen ( $E(S_1(t), S_2(t))$ ) entsprechen.

Die Unschärfen der erwartungstreuen Schätzung und der individuellen Nachbildung ergeben sich durch Vergleiche der auf diese drei unterschiedlichen Weisen gewonnenen Spannungs- und Stromzeitreihen entsprechend des schematischen Ablaufes.

### 5.6.2 Prinzipschaltung des Modellnetzes

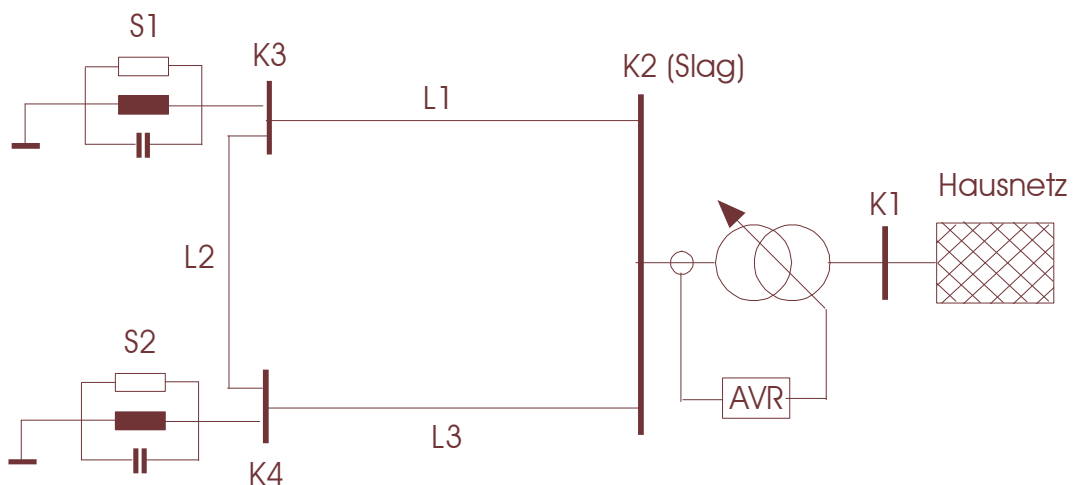


Abb. 5-22 Prinzipschaltung des Modellnetzes Experiment 2

### 5.6.3 Originalprozessmessung gegen PLF mit individuellem Prozess

Im Folgenden sind die Ergebnisse entsprechend der nebenstehenden grau markierten Pfade dieses Teils des Experimentes dargestellt. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgte wieder analog zu Experiment 1 (links das Komplement der Verteilungsfunktion der jeweiligen physikalischen Größe sowie rechts die Häufigkeitsverteilung der 5%-Überschreitungsdauern).

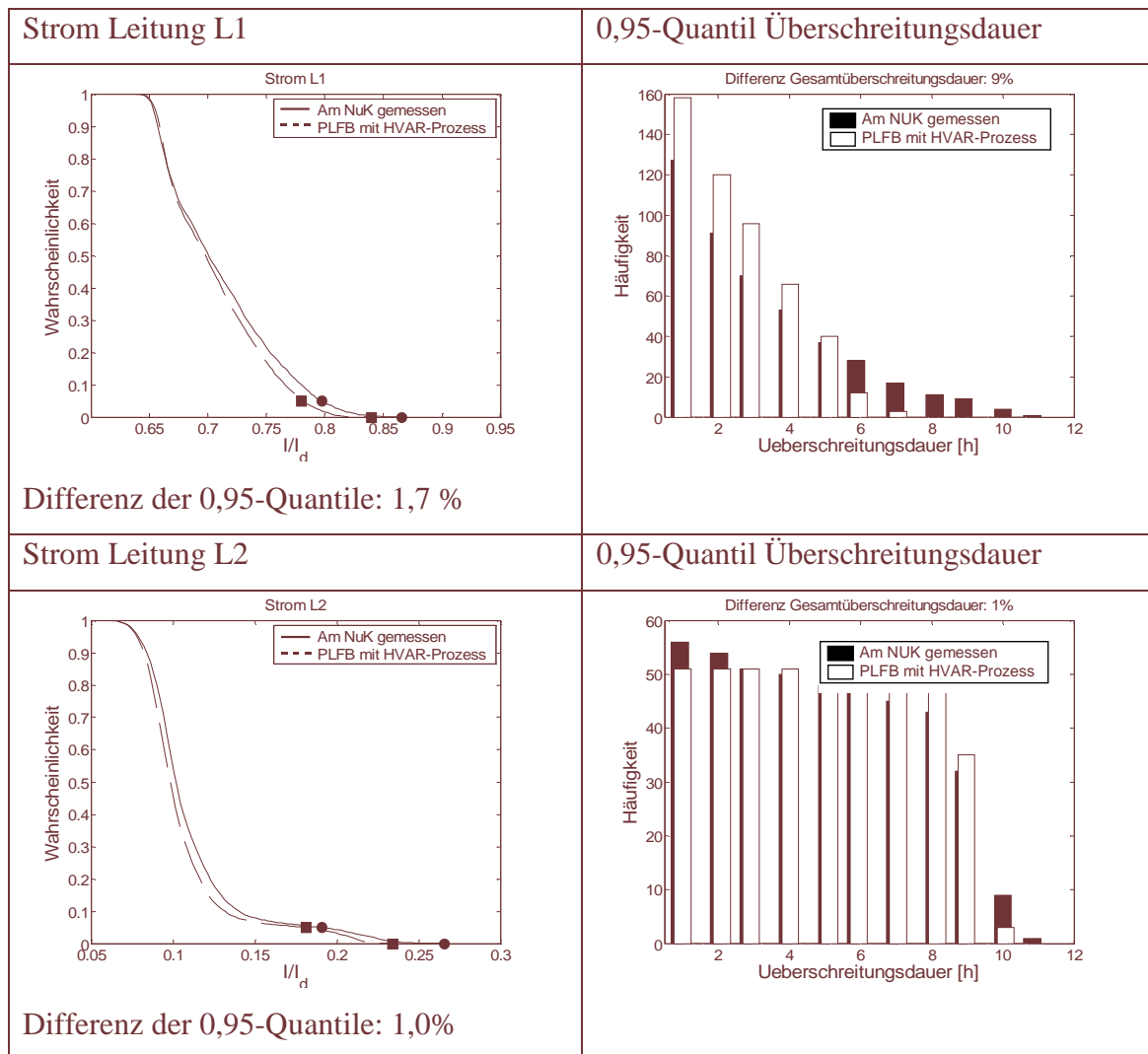
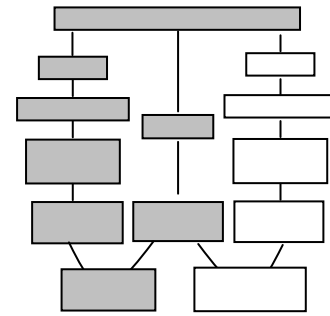


Abb. 5-23 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

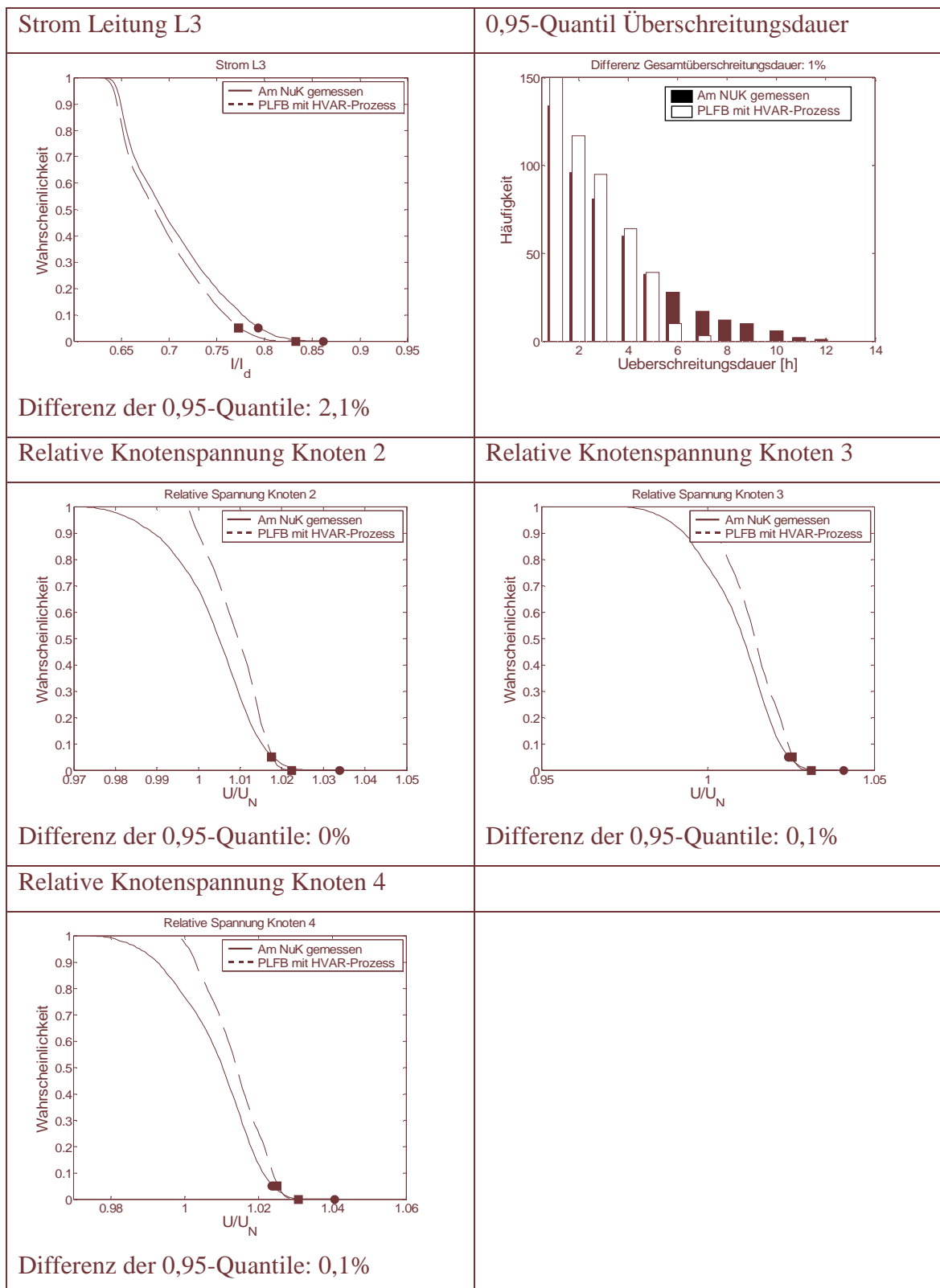


Abb. 5-24 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

### 5.6.4 Originalprozessmessung gegen PLF mit erwartungstreuem Prozess

Im Folgenden sind die Ergebnisse entsprechend der nebenstehenden grau markierten Pfade dieses Teils des Experimentes dargestellt. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgte analog (links das Komplement der Verteilungsfunktion der jeweiligen physikalischen Größe sowie rechts die Häufigkeitsverteilung der 5%-Überschreitungsdauern).

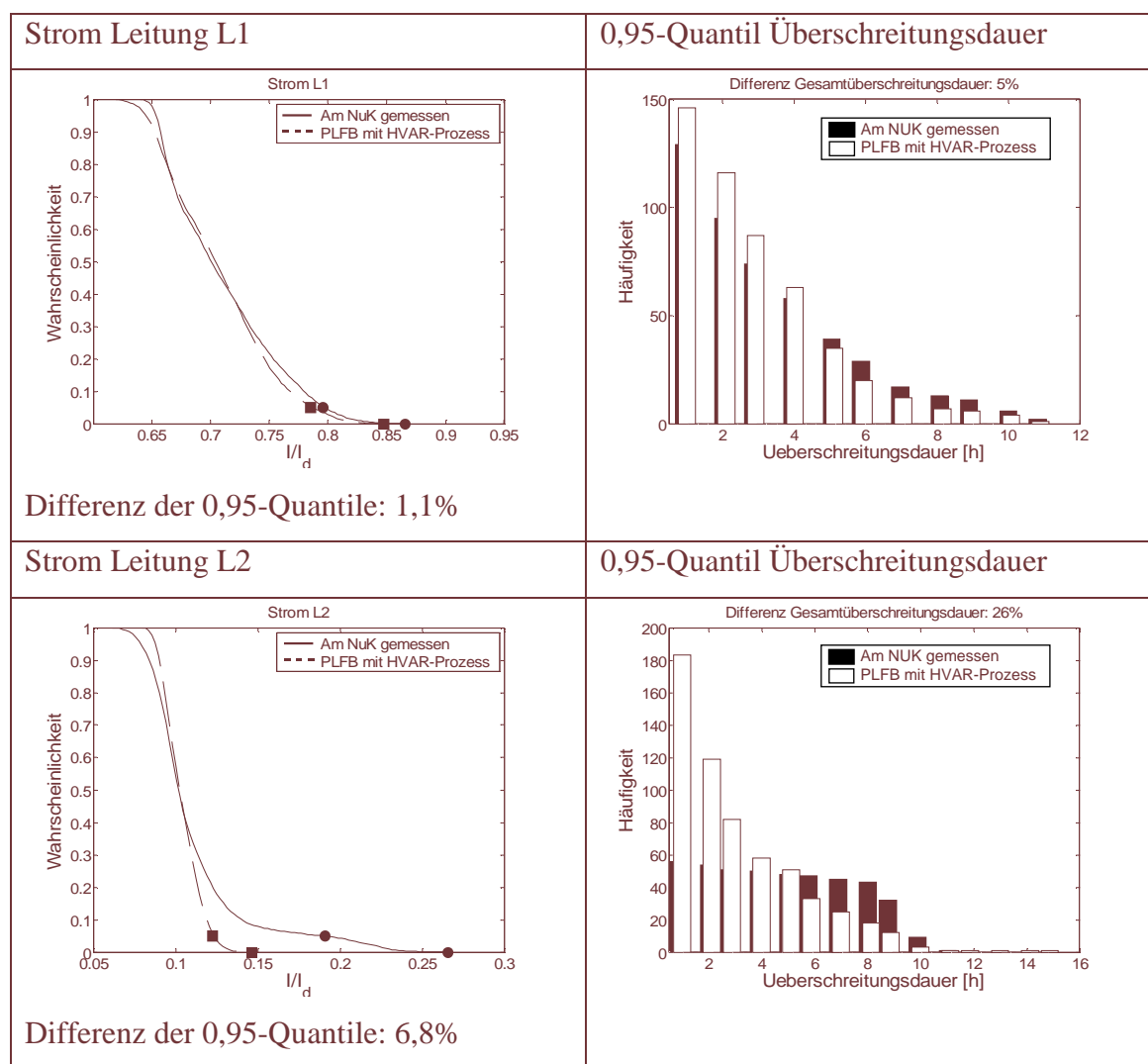
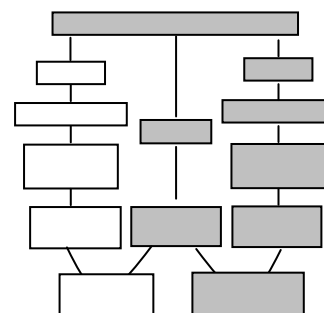


Abb. 5-25 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern



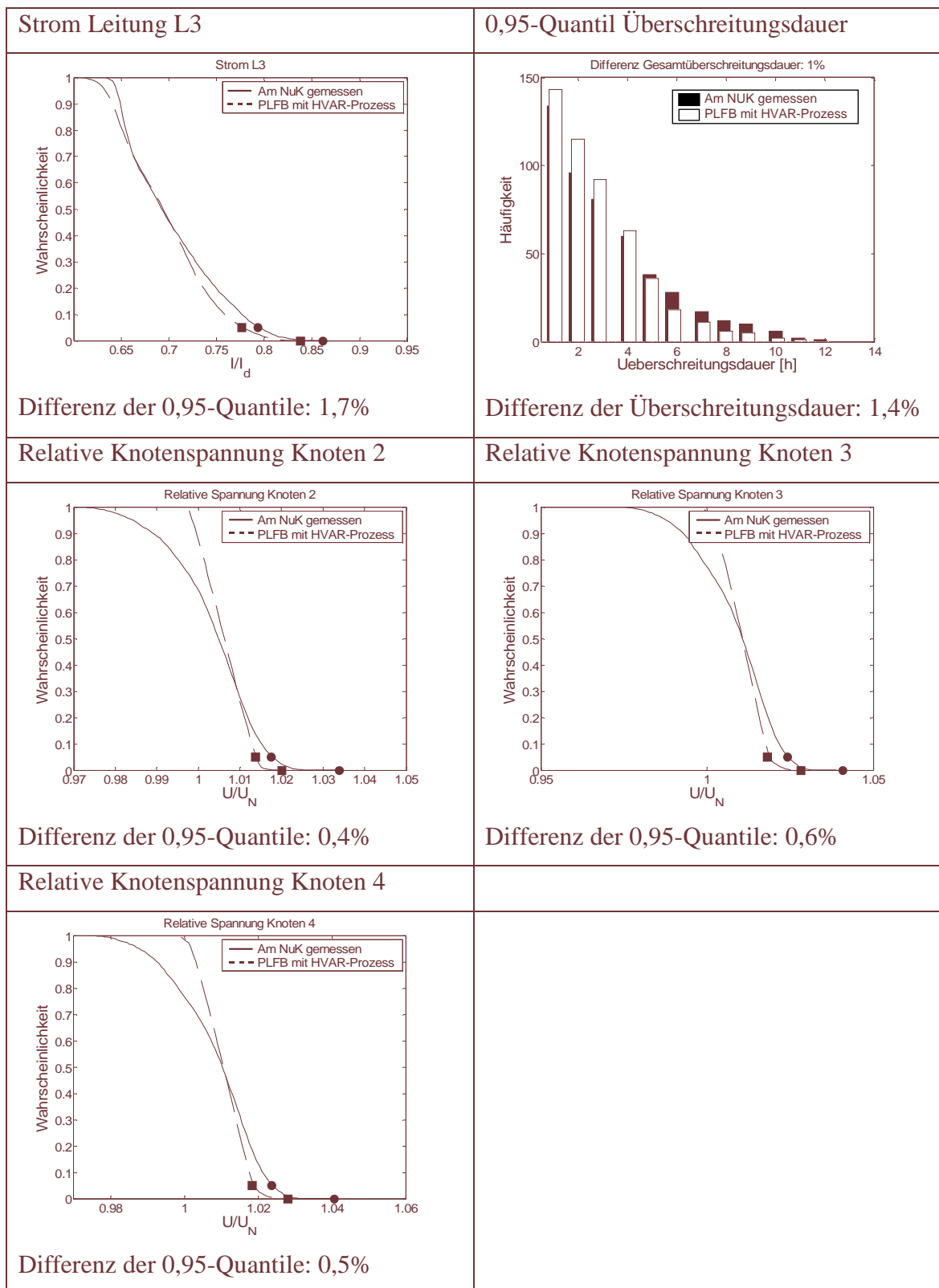
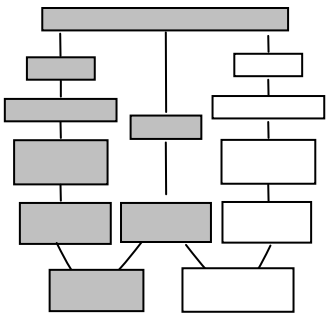
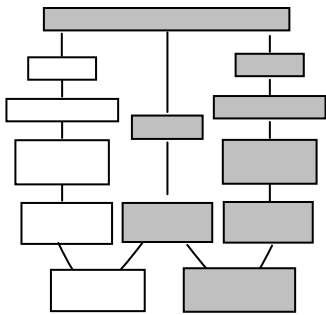


Abb. 5-26 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen der Knotenspannungen

### 5.6.5 Gesamtübersicht und Bewertung des Experiments

Tabelle 5-2 Abweichungen zwischen Messungen und Rechnungen

		
Strom L1	1,7%	1,1%
Strom L2	1,0%	6,8%
Strom L3	2,1%	1,7%
<b>Mittelwert</b>	<b>1,6%</b>	<b>3,2%</b>
Spannung K2	0,0%	0,4%
Spannung K3	0,1%	0,6%
Spannung K4	0,1%	0,5%
<b>Mittelwert</b>	<b>0,07%</b>	<b>0,5%</b>

Die Unschärfe des individuellen Lastprozesses für Mittelspannungsnetze mit gemessenen Zeitreihen (ablesbar der zweiten Spalte der Tabelle 5.2) liegt damit bei etwa 1,6% für Ströme und 0,1% für Spannungen.

Die Unschärfe des erwartungstreuen Lastprozesses für Mittelspannungsnetze ohne gemessene Zeitreihen liegt hier, ähnlich wie bei Experiment 1, bei 3,2% für Ströme und 0,5% für Spannungen. Die höhere Unschärfe wird dabei wiederum durch die Unschärfe bei der Bestimmung des Stroms über den Ringverbinder L2 maßgeblich verursacht.

## 5.7 Experiment 3: Abschätzung der relativen Modellgenauigkeit bei kombinierter Last-Windleistung

### 5.7.1 Beschreibung des verwendeten Windmodells [46]

Das in [46] beschriebene Windmodell generiert (in äquivalenter Weise zum Lastmodell) eine multidimensionale und multivariate Windzeitreihe mit folgenden Eigenschaften:

- Zeitliche Auflösung 15 Minuten bis 1 Stunde
- Räumliche Auflösung (Granularität). 10 – 20 km
- Chronologisches Verhalten der Windgeschwindigkeit an jedem Standort
- Korrelation (unter Berücksichtigung von Zeit und Entfernung) zwischen den Windgeschwindigkeiten an unterschiedlichen (aggregierten) Windparkstandorten.

Das Windmodell ist über den folgenden Gleichungssatz spezifiziert:

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF)

$$f(c) = \frac{\pi}{2} \frac{c}{\mu_c^2} \exp \left[ -\frac{\pi}{4} \left( \frac{c}{\mu_c} \right)^2 \right] \quad (5-5)$$

$\mu_c$  [m/s]

Spektrale Leistungsdichte (PSD)

$$\frac{2 f S_c(f)}{\text{Var}_c} = \frac{a/f_0}{\left(1 + \frac{1}{\alpha-1} \frac{f}{f_0}\right)^a} + \frac{b/f_0}{\left(1 + \frac{1}{\beta-1} \frac{f}{f_0}\right)^b} \quad (5-6)$$

$f$  [h]  
 $1 = a + b$ ,  $f_0 = 0.01 \text{h}^{-1}$ ,  $\alpha = 6$ ,  $\beta = 1.5$

Kohärenzfunktion (COH)

$$\text{coh}_{ij}(f) = \frac{|S_{ij}(f)|^2}{S_{ii}(f) S_{jj}(f)} = \exp \left[ - (a_0 + a_1 d_{ij}) f \right] \quad (5-7)$$

$d$  [km],  $f$  [h]  
 $a_0 = 3.74$  [h],  $a_1 = 0.234$  [h/km]

Winkel der komplexen Übertragungsfunktion ( $\angle(TF)$ )

$$0 \leq \angle(S_{i_j}(f)/S_{i_i}(f))_{\max} = \frac{\pi}{2} \frac{d_{ij}}{2\pi f/c_i(f)} \leq \frac{\pi}{2}$$

$f$  [Hz],  $c$  [m/s],  $d$  [m] (5-8)

gleichverteilte PDF in  $[-\angle(\dots)_{\max}, \angle(\dots)_{\max}]$

Zur Generierung von Prozessen, welche dieser Spezifikation genügen, verwendet das Modell die Shinozuka-Methode [47] zur Erzeugung von stochastischen Prozessen mit definiertem Kreuzleistungsdichtespektrum.

Die Parametrierung des Kohärenzmodells basiert auf Kohärenzanalysen für Norddeutschland [8].

Die Adaption des Modells an die zu modellierende Windregion geschieht über die Definition der mittleren Windgeschwindigkeit in Nabenhöhe für jeden Windstandort sowie eine für den Standort äquivalente Leistungskennlinie der dort verwendeten WEA.

### 5.7.2 Ablauf des Experimentes

Die nachfolgende schematische Darstellung zeigt den Ablauf des Experimentes, der anschließend näher erläutert wird.

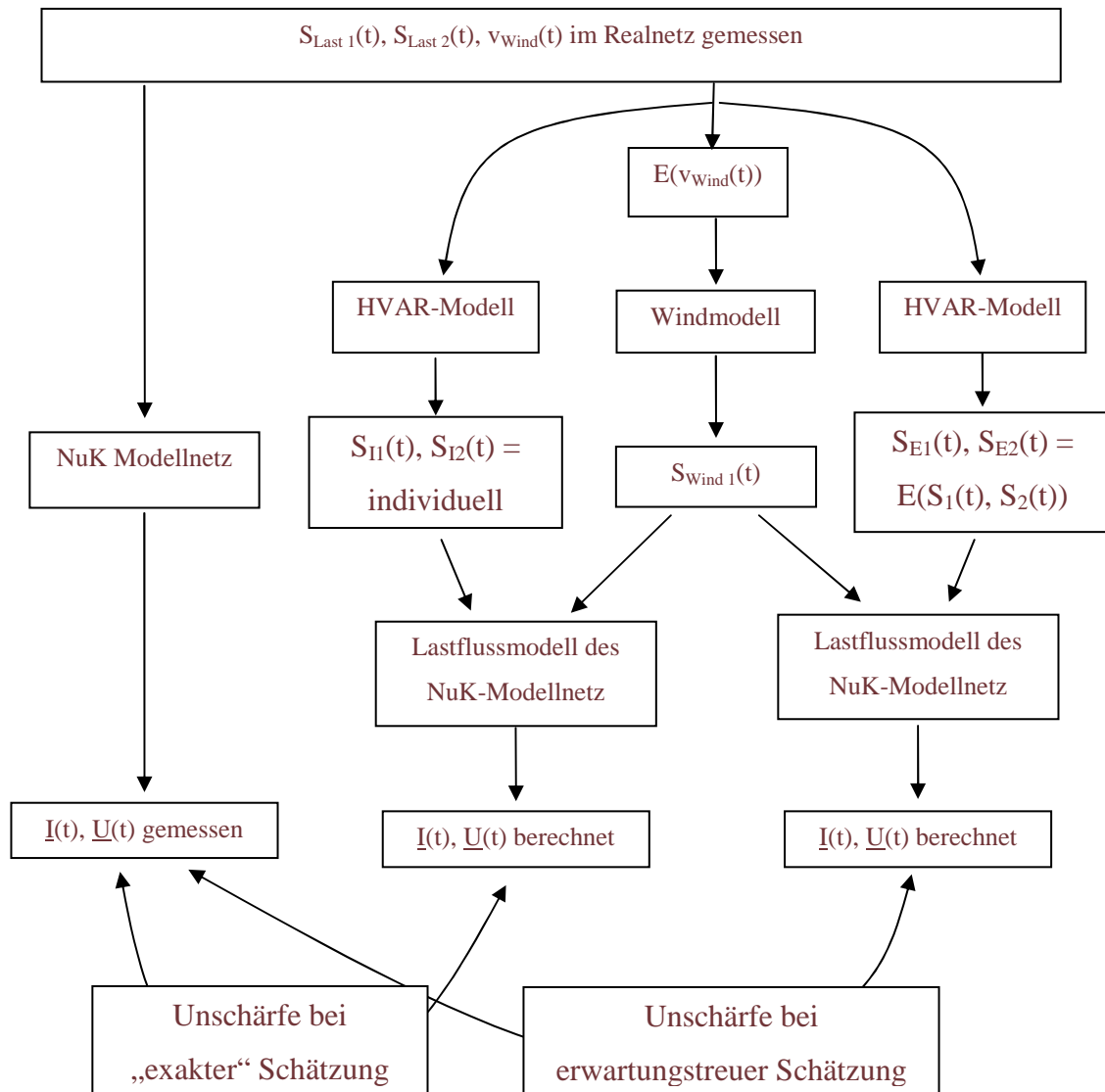


Abb. 5-27 Schematischer Ablauf des dritten Experimentes

Die Basis bilden auch hier zeitlich parallel gemessene Jahreszeitreihen der Wirk- und Blindleistung ( $S_{\text{Last } 1}(t)$  und  $S_{\text{Last } 2}(t)$ ) von zwei Mittelspannungsnetzen des betrachteten Typs (Originallastzeitreihen) sowie eine gemessene Windzeitreihe ( $v_{\text{Wind}}(t)$ ) aus der betrachteten Region (Originalwindzeitreihe).

Die Originallastzeitreihen wurden wiederum entsprechend der Modellmaßstäbe des NuK umskaliert und, wie auch bei den anderen Experimenten, dem Modellnetz am NuK

(physikalischer Realprozess) über den Leitrechner den Verbraucherlasten 1 und 2 aufgeprägt.

Die Originalwindzeitreihe wurde über eine WEA-Leistungskurve in eine Windleistungszeitreihe umgerechnet und dem Modellnetz am NuK (physikalischer Realprozess) über den Leitrechner der Kraftwerkseinspeisung 1 aufgeprägt.

Die sich einstellenden Knotenspannungen und Leitungsströme wurden über die Messwerterfassung des Systems aufgezeichnet und auf dem Leitrechner als Zeitreihen ( $\underline{I}(t)$  und  $\underline{U}(t)$ ) gespeichert.

Mit dem Windmodell wurde auf Basis des Erwartungswertes der Originalwindzeitreihe ( $E(v_{\text{Wind}}(t))$ ) eine Modellwindzeitreihe generiert und über die gleiche Leistungskurve wie die Originalwindzeitreihe in eine Windleistungszeitreihe umgerechnet.

Auf Basis der Originallastzeitreihen wurde, äquivalent zum zweiten Experiment, ein erwartungstreuer und ein individueller Prozess generiert, die beide jeweils gemeinsam mit der synthetischen Windleistungszeitreihe dem numerischen Lastflussmodell aufgeprägt wurden.

Die Unschärfen des Gesamtmodells der PLF, bestehend aus Last- und Wind- und Lastflussmodell, ergeben sich durch Vergleiche der gemessenen und numerisch berechneten Spannungs- und Stromzeitreihen entsprechend des schematischen Ablaufes des Experimentes.

### 5.7.3 Prinzipschaltung des Modellnetzes

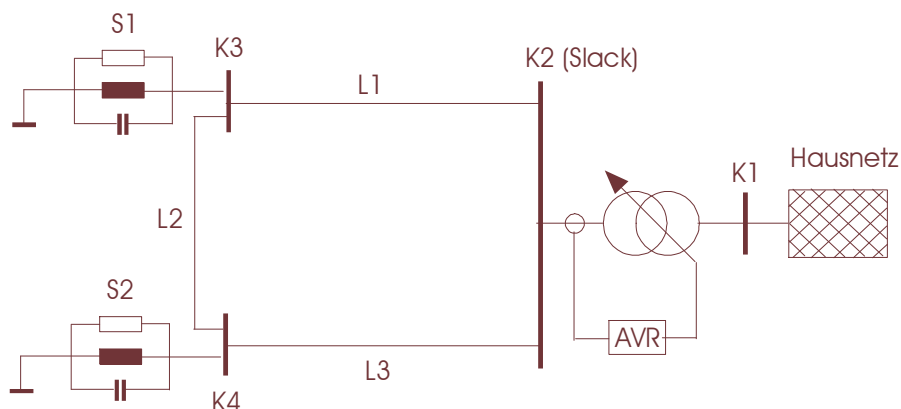


Abb. 5-28 Prinzipschaltung des Modellnetzes Experiment 3

#### 5.7.4 Originalprozessmessung gegen PLF mit individuellem Prozess

Im Folgenden sind die Ergebnisse entsprechend der nebenstehenden grau markierten Pfade dieses Experimentes dargestellt. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt analog zu den schon beschriebenen Experimenten.

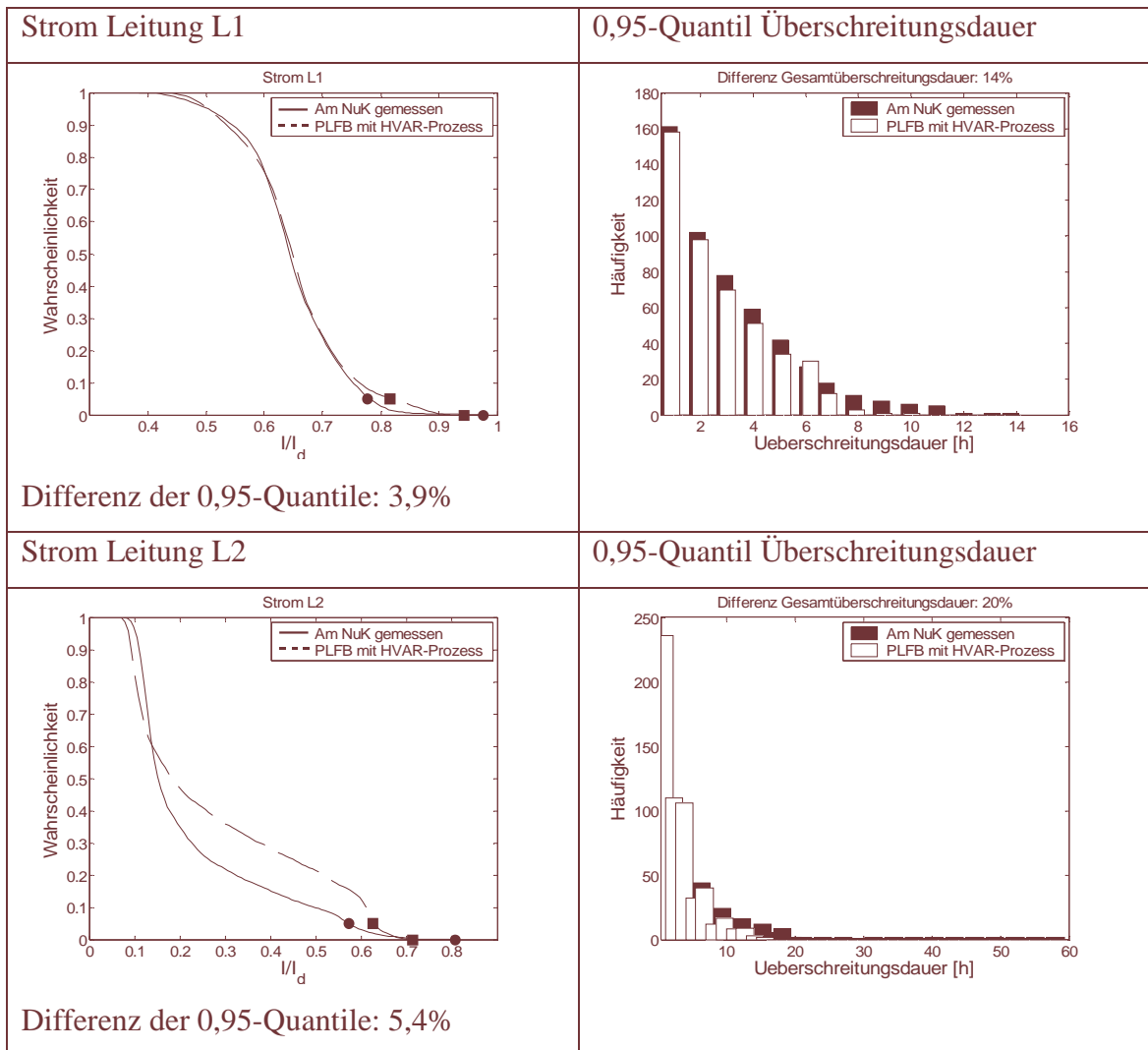
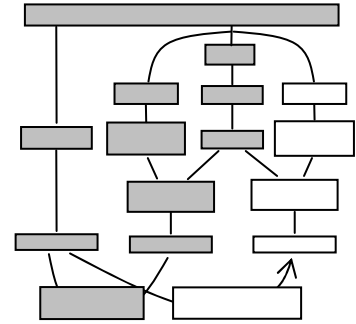


Abb. 5-29 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

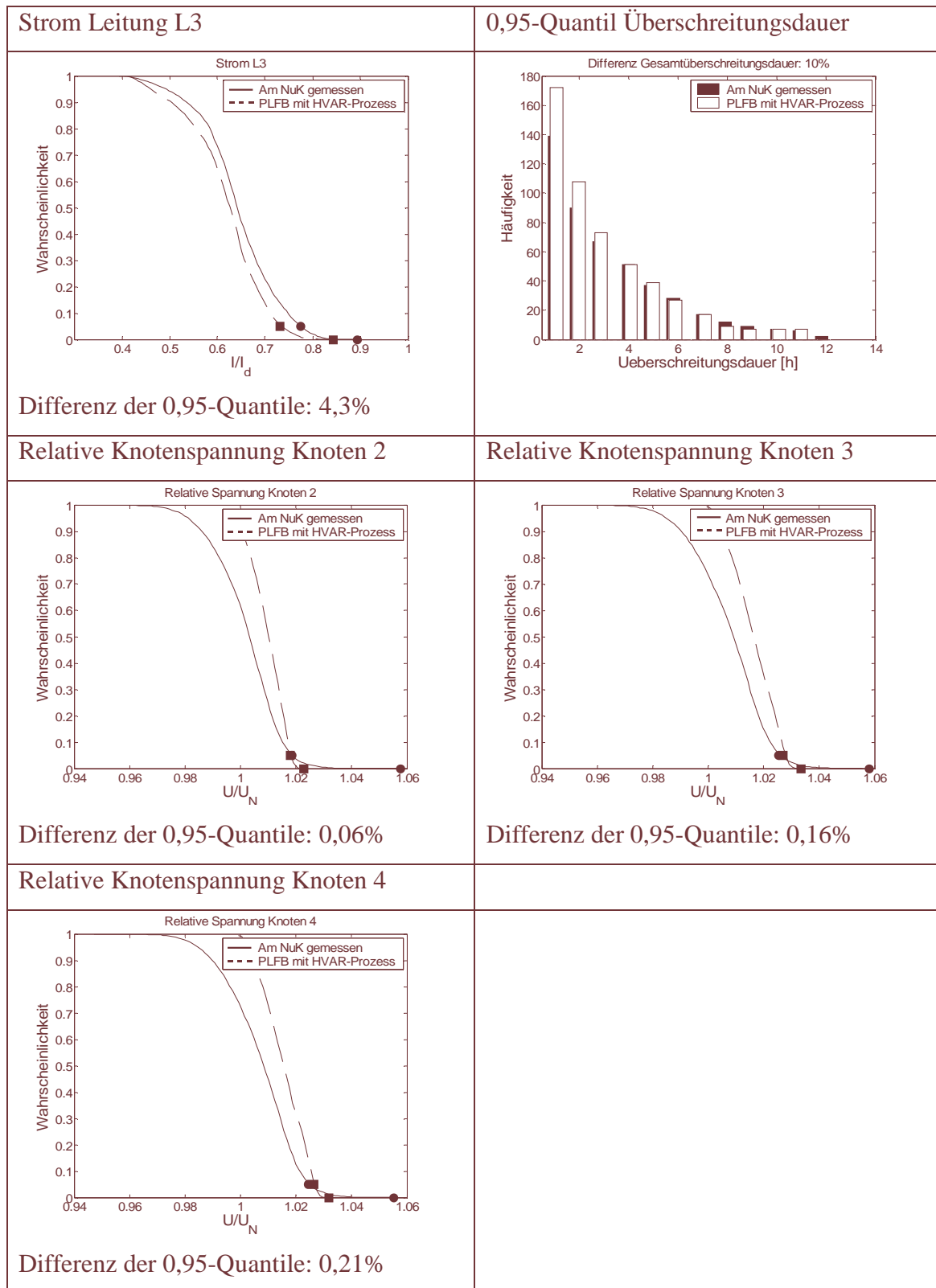


Abb. 5-30 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern



### 5.7.5 Originalprozessmessung gegen PLF mit erwartungstreuem Prozess

Im Folgenden sind die Ergebnisse entsprechend der nebenstehenden grau markierten Pfade dieses Experimentes dargestellt. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt analog zu den schon beschriebenen Experimenten.

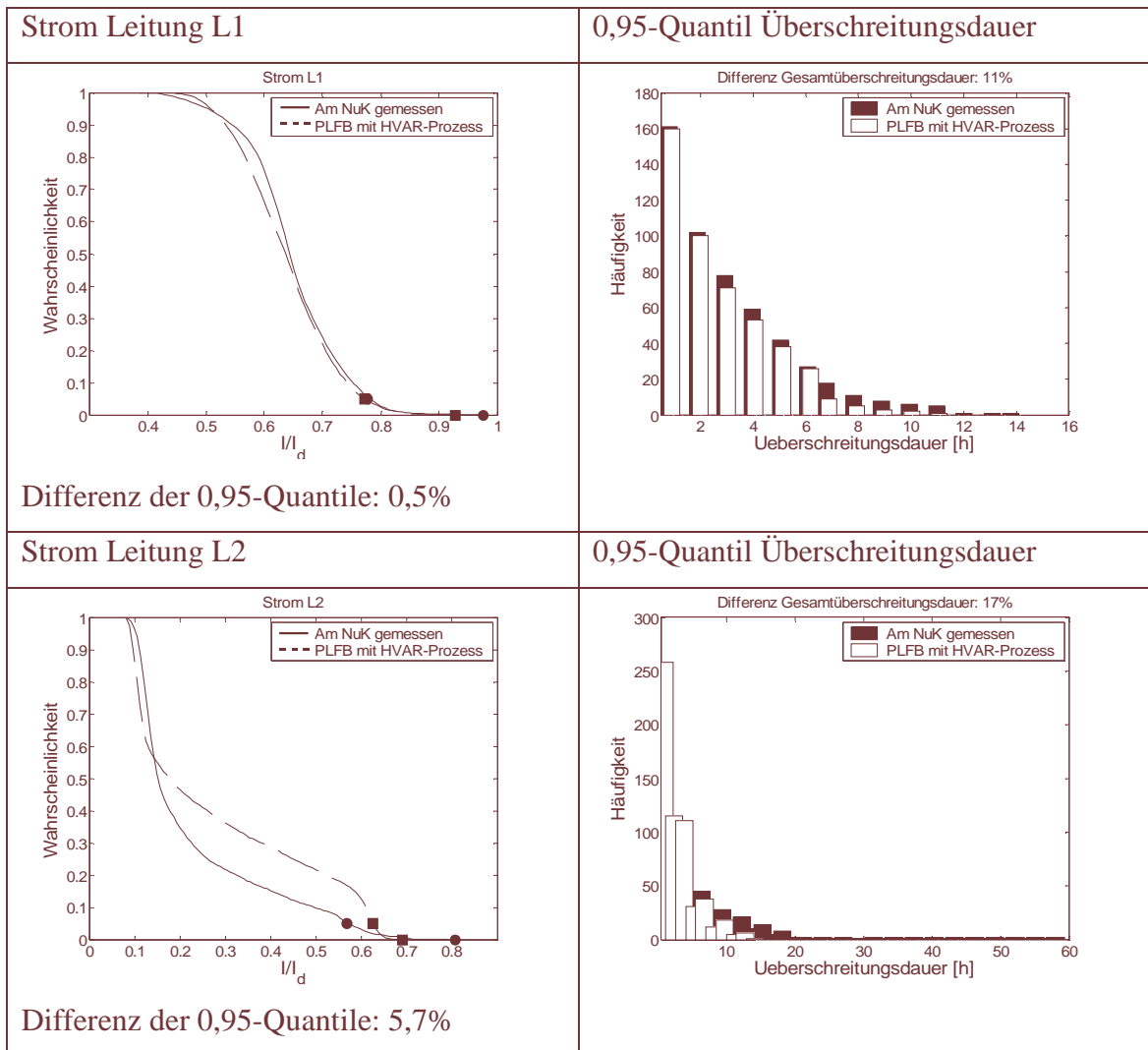
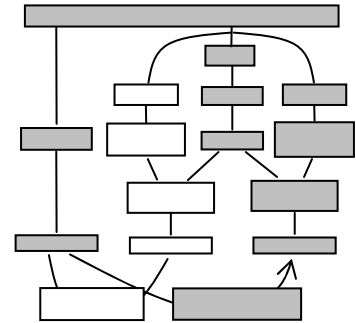


Abb. 5-31 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

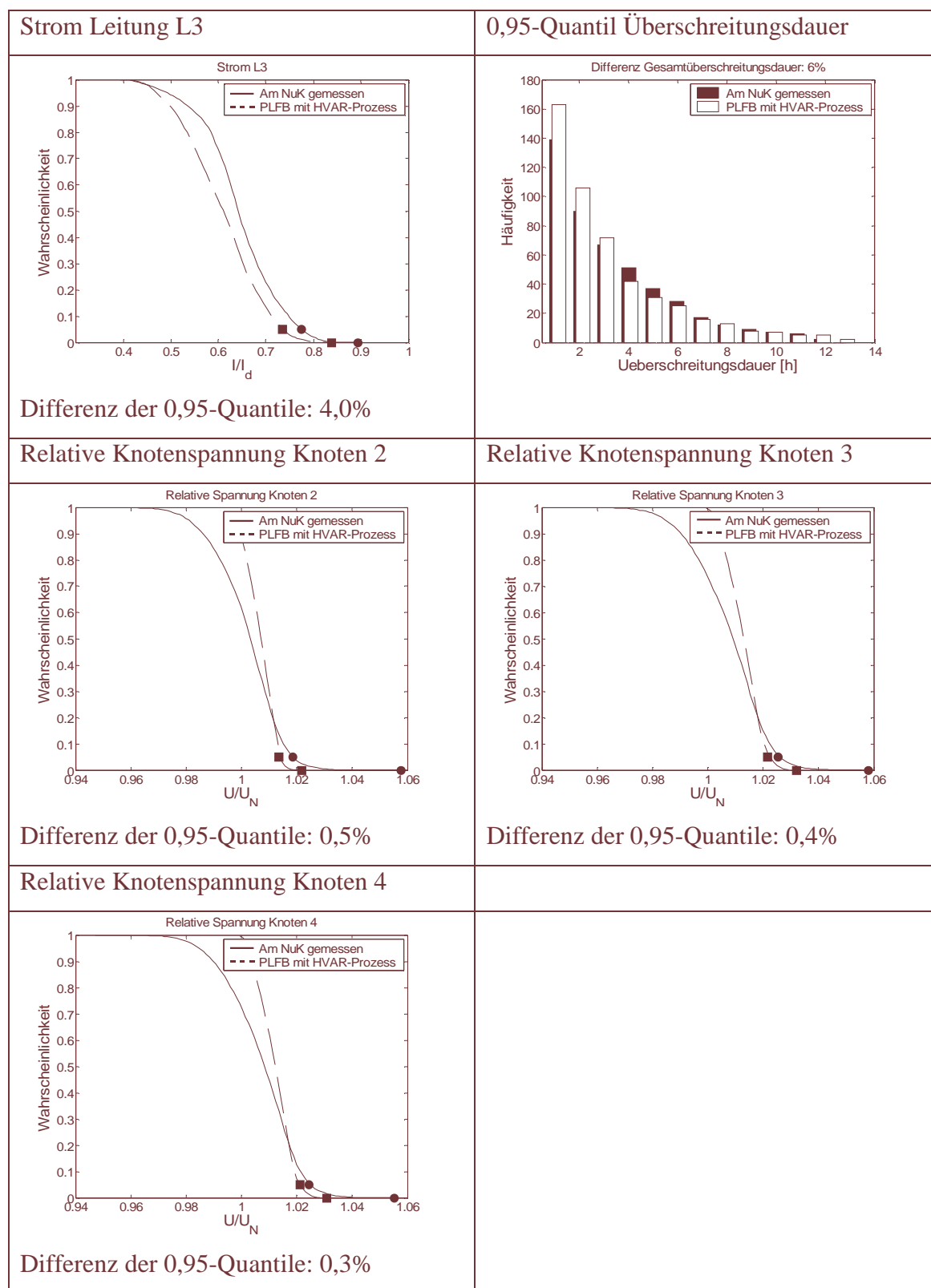
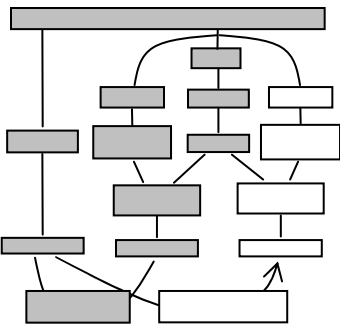
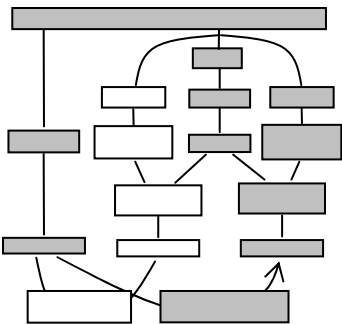


Abb. 5-32 Vergleich der Verteilungsdichtefunktionen und der Überschreitungsdauern

### 5.7.6 Gesamtübersicht und Bewertung des Experiments

Tabelle 5-3 Abweichungen zwischen den Messungen und Rechnungen

		
Strom L1	3,9%	0,5%
Strom L2	5,4%	5,7%
Strom L3	4,3%	4,0%
<b>Mittelwert</b>	<b>4,5%</b>	<b>3,4%</b>
Spannung K2	0,06%	0,5%
Spannung K3	0,16%	0,4%
Spannung K4	0,21%	0,3%
<b>Mittelwert</b>	<b>0,14%</b>	<b>0,4%</b>

Die Unschärfe des Gesamtmodells bei individuell synthetisiertem Lastprozess in Verbindung mit einem durch das Windmodell generierten Prozess (ablesbar in der zweiten Spalte der Tabelle 5.3) liegt bei etwa 4,5% für Ströme und 0,14% für Spannungen.

Bei Verwendung eines erwartungstreu synthetisierten Lastprozesses liegt die Unschärfe (ablesbar in der dritten Spalte der Tabelle 5.3) bei etwa 3,4% für Ströme und 0,4% für Spannungen.

Die Unschärfe des PLF-Gesamtmodells, bestehend aus Lastmodell, Windmodell und Lastflussmodell wird demnach maßgeblich durch die Unschärfe des Windmodells bestimmt. Die Unschärfe bei Verwendung eines erwartungstreuen Lastprozesses spielt hier offensichtlich nur eine untergeordnete Rolle, da die für die Unschärfe maßgeblichen Ausgleichsströme über den Ringverbinder L2 durch das Zeitverhalten des

Windprozesses bestimmt werden. Dies wird deutlich an der Höhe des Ausgleichsstromes über die Leitung L2. Während bei reinem Lastprozess (Experiment 1 und Experiment 2) die maximale relative Auslastung bei etwa 30% liegt, so liegt sie bei kombiniertem Last-Windprozess bei 80%. Dies ist vor allem auf die sehr viel geringere Korrelation der beiden resultierenden Knotenleistungen zurückzuführen.

## 5.8 Diskussion der Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

### *Bedeutung des HVAR-Lastmodells für $n = m$ (keine synthetische Modellerweiterung)*

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen zeigen, dass bei diesen die Approximationsgüte des HVAR-Lastmodells nur unwesentlich schlechter als die Genauigkeit der Lastflussberechnung ist. Die Fehler beider Teilmodelle der PLF lagen im Prozentbereich im Vergleich zu den durchgeführten Messungen am Realprozess (wobei die Messfehler noch zusätzlich zu würdigen wären). Allerdings ist andererseits auch die sehr exakte Kenntnis der Betriebsmittelparmeter des NuK-Modellnetzes zu berücksichtigen. Bei der Berechnung von Realnetzen sind die Parameter in der Regel mit einer sehr viel größeren Unschärfe behaftet. Es kann deshalb vermutet werden, dass bei einer Anwendung des Verfahrens auf Realnetze bei verfügbaren Originalzeitreihen und deshalb nicht notwendiger synthetischer Modellerweiterung die Genauigkeit des Gesamtmodells nicht durch das HVAR-Lastmodell dominiert wird.

### *Bedeutung des HVAR-Lastmodells für $n > m$ (synthetische Modellerweiterung)*

Die Ergebnisse des zweiten Experimentes haben gezeigt, dass die Verwendung eines erwartungstreuen Lastprozesses für Knotenleistungen, für die keine gemessenen Zeitreihen als Datenbasis verfügbare sind, nur geringfügig ungenauere Ergebnisse als eine Berechnung mit gemessenen Zeitreihen im Rahmen der PLF liefert. Voraussetzung ist allerdings, dass für die Synthese des erwartungstreuen Prozesses Knotenleistungen mit vergleichbaren Makroeigenschaften verwendet werden. Dieses Ergebnis ist von fundamentaler Bedeutung für die praktische Anwendbarkeit des Verfahrens, da die Messung und Archivierung von Lastzeitreihen bei EVU in der Regel nur an ausgewählten Punkten erfolgt.

### ***Bedeutung des HVAR-Lastmodells im Vergleich zum Windmodell***

Die Ergebnisse des dritten Experimentes zeigen, dass das Lastmodell die Genauigkeit des Gesamtmodells nicht dominiert. Maßgebend ist hier die Unschärfe des Windmodells. Die im Abschnitt 6.2 definierte Anforderung an die Genauigkeit des Lastmodells in Relation zu den anderen Teilmodellen der PLF kann damit nicht nur als erfüllt betrachtet werden, es kann sogar von einer gewissen Reserve ausgegangen werden.

### ***Schwerpunkte der stochastischen Lastmodellierung***

Eine zentrale Erkenntnis der experimentellen Untersuchungen ist die hohe Sensitivität der Lastflüsse über Ringverbinder gegenüber Abweichungen im Kreuzkovarianzverhalten von Lastzeitreihen. In Ring- oder höher vermaschten Netzen besteht die Gefahr einer wesentlichen Fehleinschätzung von Lastflüssen in solchen Leitungen, die den gleichen Charakter wie die Leitung L2 im Testbeispiel aufweisen. Die PLF kann auch diese Fälle adäquat abbilden, wenn:

- 1) Das Kreuzkovarianzverhalten zwischen Wirk- und Blindleistung, also das Zeitverhalten des Phasenwinkels des zugrunde liegenden Lastprozesses, hinreichend wiedergegeben wird.
- 2) Das Kreuzkovarianzverhalten zwischen den Wirk- und Blindleistungszeitreihen unterschiedlicher Knotenlasten, also der zeitliche Zusammenhang zwischen den Leistungsbezügen der unterlagerten Netze, hinreichend wiedergegeben wird.

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen sprechen dafür, dass diese Voraussetzungen durch das HVAR-Lastmodell erfüllt werden.

## 6 Anwendungsmethodik und -nützlichkeit der Modellbildung am Beispiel

### 6.1 Belastbarkeit von Öltransformatoren [7, 10, 11]

Ausschlaggebendes Kriterium für die Bemessung der Belastbarkeit von Öltransformatoren ist die thermische Alterung ihrer festen Isolierstoffe an der heißesten Stelle der Wicklungen. Die normale Lebensdauer entspricht dem Dauerbetrieb mit Nennstrom bei einem konstanten mittleren Jahreswert der Kühlmitteltemperatur von 20°C. Dabei wird von einem Ausgleich zwischen jahreszeitlichen Temperaturschwankungen ausgegangen.

Für Öltransformatoren mit Leistungen unter 100MVA gibt DIN VDE 0536 unter bestimmten Annahmen und Voraussetzungen Berechnungsverfahren für Temperaturen und Lebensdauerverbrauch bei Belastungsspielen an. Die stationäre Ölüber Temperatur der obersten Schicht bei einer bestimmten Last S berechnet sich dabei wie folgt:

$$\Delta\vartheta_{bs} = \Delta\vartheta_{bn} \left[ (1 + dK^2) / (1 + d) \right]^z \quad (6-1)$$

mit

$\Delta\vartheta_{bn}$ : Ölüber Temperatur bei Nennleistung

d: Verhältnis von Kurzschlussverlusten bei Nennleistung zu Leerlaufverlusten

K: Verhältnis von Belastung zu Nennleistung

Die stationäre Temperaturdifferenz zwischen Wicklungs-Heißpunkttemperatur und der Öltemperatur der obersten Schicht beträgt bei einer bestimmten Last:

$$\Delta\vartheta_c' = (\Delta\vartheta_{cn} - \Delta\vartheta_{bn}) K^y \quad (6-2)$$

mit

$\Delta\vartheta_{cn}$ : Wicklungs-Heißpunkttemperatur bei Nennleistung.

Vereinfachend wird angenommen, dass die Temperaturdifferenz bei jeder Änderung der Belastung sofort auf ihren stationären Wert springt.

Der Zeitverlauf der Öltemperatur der obersten Schicht wird durch eine Exponentialfunktion angenähert:

$$\Delta\vartheta_b = \Delta\vartheta_{b0} + (\Delta\vartheta_{bs} - \Delta\vartheta_{b0}) [1 - \exp(-t/\tau)] \quad (6-3)$$

mit

$\Delta\vartheta_{e0}$ : Ölüber Temperatur bei Belastungsbeginn

$\tau$ : Thermische Zeitkonstante des Transformators

Die nachfolgende Grafik wurde der DIN VDE 0536 entnommen und zeigt beispielhaft die qualitativen Temperaturverläufe für ein rechteckförmiges Belastungsspiel:

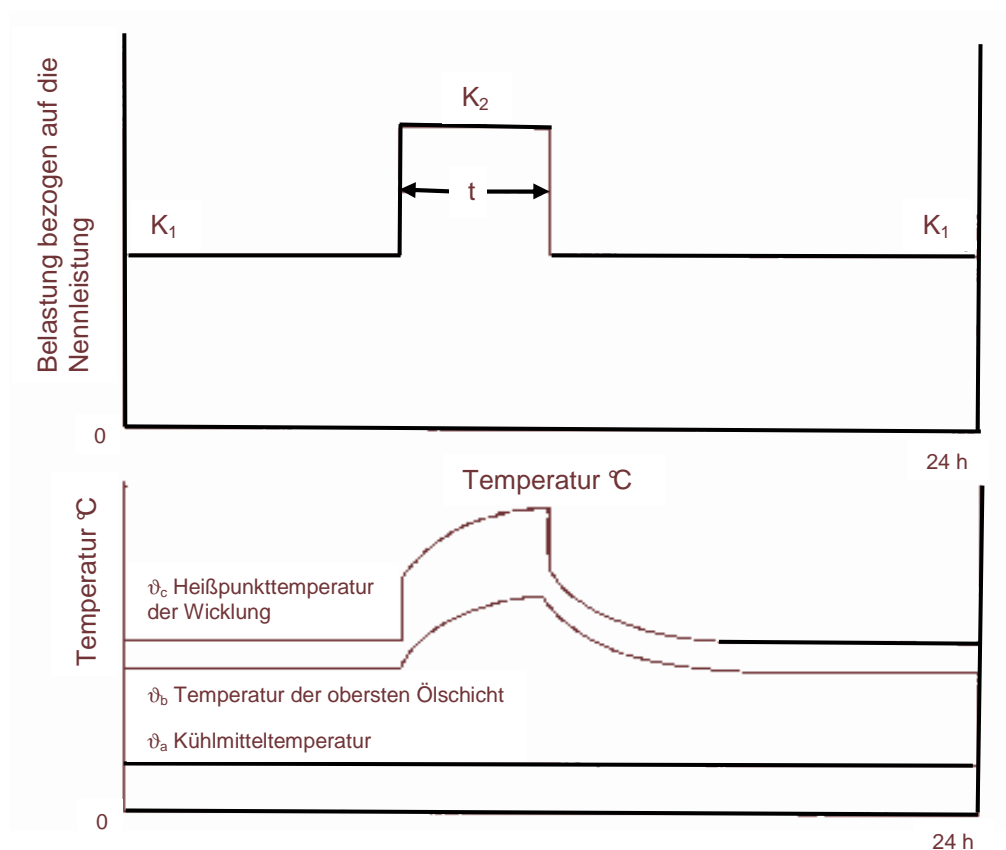


Abb. 6-1 Diagramm eines täglichen Belastungsspiels und zugehörige vereinfachte Über Temperaturverläufe bei konstanter Kühlmitteltemperatur, entnommen aus DIN VDE 0536

## 6.2 Szenario

Die Transformatoren eines eigensicheren Umspannwerkes sind laut Messdaten an ihrer Leistungsgrenze angelangt. Es ist deshalb über den Ersatz durch leistungstärkere Transformatoren zu entscheiden.

Diesem Szenario wurde ein real gemessener Jahreszeitverlauf der Belastung eines typgleichen Umspanners zugrunde gelegt.

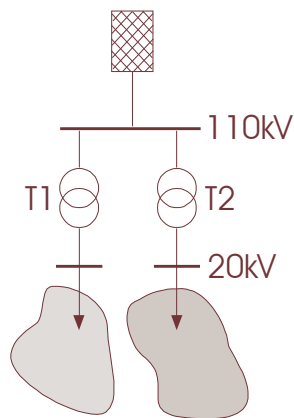


Abb. 6-2 Prinzipschaltung des Umspannwerkes

Für die Berechnungen wurde für die Transformatoren des Umspannwerkes von den folgenden Kenndaten ausgegangen:

Nennscheinleistung:	30MVA
Kurzschlussverluste im Nennbetrieb:	144kVA
Leerlaufverluste:	60kVA
Kühlungsart:	Erzwungene Kühlung ( $\chi = 1$ )
Ölströmungsart:	Erzwungen gerichtet ( $y = 2$ )
Thermische Zeitkonstante:	3h
Stationäre Ölübertemperatur bei Nennleistung	53K
Wicklungsheißpunkttemperatur bei Nennleistung:	78K
Umgebungstemperatur (Jahresmittel):	20K

Der gemessene Jahreszeitverlauf der Transformatorbelastung des Umspanners T2 zeigt insgesamt vier kurzzeitige Überlastungssituationen. Ein Vergleich der Zeitverläufe von



T1 und T2 zeigt, dass es sich dabei um kurzzeitige Netzumschaltungen handelt, d.h. der Umspanner T1 wurde vermutlich zu Wartungszwecken frei geschaltet und der Umspanner T2 hat den Leistungsbezug für die Dauer der Umschaltung übernommen:

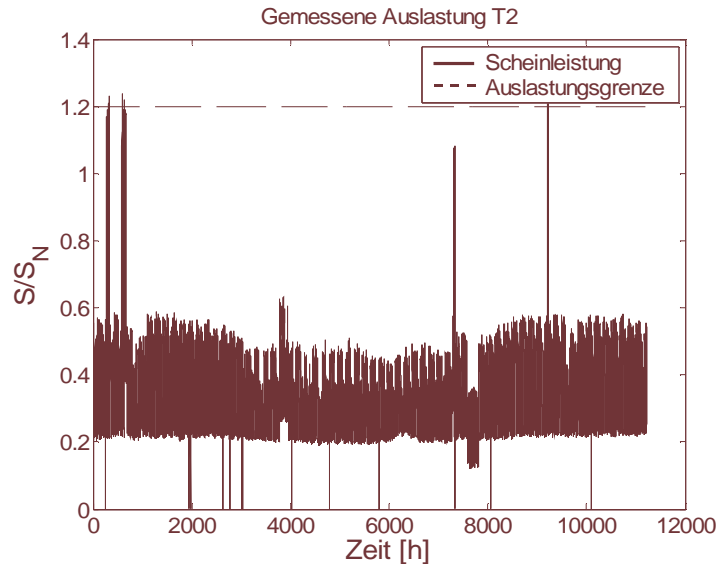


Abb. 6-3 Jahreszeitverlauf der Scheinleistung des Umspanners T2

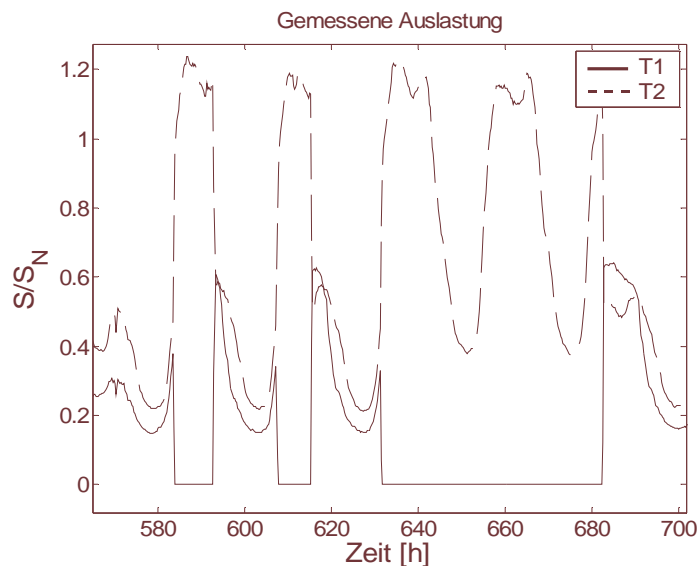


Abb. 6-4 Ausschnitt von 3 Netzumschaltungen zwischen Umspanner T1 und T2

Die gemäß Planungsgrundsätzen [12] maximal akzeptierte Auslastung eines Umspanners beträgt 120%. Im Fall des Umspanners T2 beträgt die Auslastung in der zugrunde gelegten Jahreszeitreihe jedoch 125%. Bedingt durch die Verletzung des Planungsgrundsatzes wäre der Transformator deshalb zu erneuern.

### 6.3 Ergebnisse einer Temperaturberechnung gemäß VDE-Norm

Im Folgenden sind nun die Ergebnisse einer Berechnung der Heißpunkttemperatur entsprechend DIN VDE 0536 dargestellt. Als Belastungsspiel wurde der gemessene Jahreszeitverlauf der Transformatorbelastung des Umspanners T2 zugrunde gelegt.

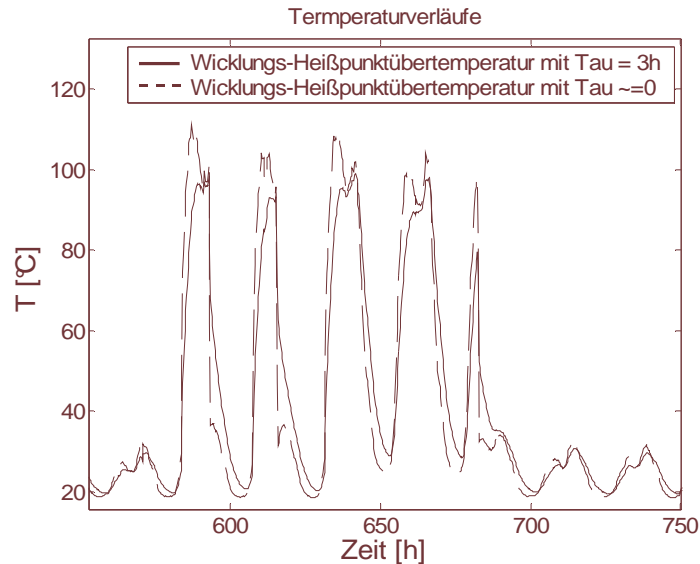


Abb. 6-5 Zeitverlauf der Wicklungs-Heißpunktübertemperatur im Störfall

Die Grafik zeigt den Zeitverlauf der Wicklungs-Heißpunktübertemperatur des Transformators T2 für die im vorigen Abschnitt dargestellte Netzschnittung. Man sieht hier bereits deutlich, dass in dieser Situation, bei der die maximale zulässige Scheinleistung von 120% überschritten wurde, die maximal zulässige Temperatur von 120°C deutlich unterschritten wird, selbst wenn die thermische Zeitkonstante des Transformators nicht berücksichtigt wird.

Es ist anzumerken, dass der nach Planungsgrundsätzen angegebene Schwellwert von 120°C in Abhängigkeit des Alters des Transformators ggf. niedriger anzusetzen ist, um die Alterung der Isolierstoffe in Rechnung zu stellen. Neben der Wicklungs-Heißpunkttemperatur kann auch zusätzlich die Öltemperatur zur Bewertung herangezogen werden. Vereinfachend wird sie hier nicht explizit betrachtet.

Die nachfolgende Grafik zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichte der Wicklungs-Heißpunktübertemperatur für den gesamten berechneten Jahreszeitverlauf.

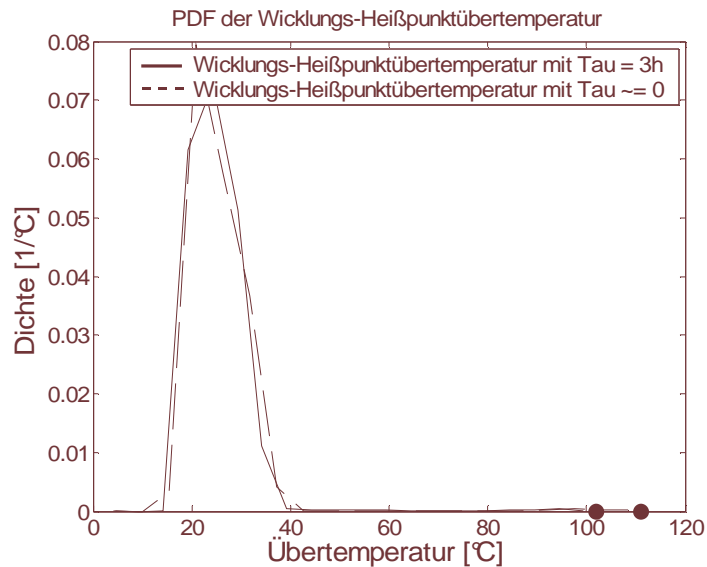


Abb. 6-6 Dichtefunktion des Jahreszeitverlaufes der Wicklungsheißpunkt-Übertemperatur

Die Berechnungsergebnisse zeigen, dass die maximal zulässige Wicklungsheißpunkt-Übertemperatur von 120°C auch während des gesamten Jahres nicht erreicht oder gar unterschritten wird. Das Jahresmaximum beträgt bei Vernachlässigung der thermischen Zeitkonstante 112°C. Wird die thermische Zeitkonstante des Transformators berücksichtigt, beträgt der Jahresmaximalwert sogar nur 102°C. Der Transformator weist also noch eine thermische Reserve von ca. 15% auf, so dass gemäß DIN VDE 0536 der Transformator noch nicht zu erneuern ist.

#### 6.4 Beurteilung der Nützlichkeit

Das Anwendungsbeispiel demonstriert, wie im Rahmen der Netzplanung Zusatzinformationen (hier Jahreszeitreihen statt Jahresmaxima) eine risikobewertete Ausnutzung technischer Reserven ermöglichen. Während eine Vorgehensweise entsprechend der gängigen Planungsgrundsätze, wie in diesem Beispiel, lediglich auf Basis der Jahresmaximalwerte der Scheinleistung beruht, ermöglicht erst die Verwendung von Jahreszeitreihen der Auslastung eine Bewertung entsprechend der VDE Norm. Da entsprechende Messdaten vor allem in den unteren Spannungsebenen häufig nicht verfügbar sind, unterstreicht dieses Beispiel den potentiellen Wert eines geeigneten Lastmodells zur realitätsnahen Szenariensynthese.

## 7 Zusammenfassung

Die Dimensionierung elektrischer Energiesysteme erfolgt seit Jahrzehnten erfolgreich nach dem Contingency Approach, d.h. einer Auslegung für einen erwarteten Worst-Case. Sich ändernde rechtliche Rahmenbedingungen in Verbindung mit einem steigenden Kostendruck sowie ein zunehmend stochastisches Zeitverhalten von Lastflüssen erwecken zunehmend den Bedarf einer Objektivierung des Worst-Case. Als Grundvoraussetzung wird eine Quantifizierbarkeit von Restrisiken gesehen. Einen vielversprechenden Ansatz bietet die probabilistische Lastflussberechnung.

Basierend auf einer Literaturrecherche wurden unterschiedliche Verfahren beschrieben und bewertet. Als wesentliche Beschränkung bisheriger Verfahren wurde dabei die Modellierung von Knotenleistungen als Zufallsvariablen identifiziert, da dies keine Aussagen über die zeitlichen Zusammenhänge von Systemzuständen erlaubt. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein auf Zufallsvektorprozessen basierendes Verfahren vorgestellt, dessen Grundidee die Berechnung von Knotenleistungsszenarien auf Basis statistischer Jahre ist. Der Nutzen einer Quantifizierung der zu erwartenden Dauer von Systemzuständen wird an praktischen Beispielen, wie der thermischen Auslastung eines Umspanners, dargestellt.

Den Schwerpunkt der Arbeit bildet die Vorstellung eines multivariaten Zeitreihenmodells für den elektrischen Leistungsbedarf aggregierter Standardverbraucher. Die Modellbildung erfolgte auf der Basis gemessener Zeitreihen des Leistungsbedarfes von Mittelspannungsnetzen eines regionalen Energieversorgers. Das Modell bildet die vollständige Varianz-Kovarianzmatrix gemessener Realprozesse nach, d.h. es ermöglicht sowohl Aussagen über das Verteilungsverhalten, als auch über zeitliche Zusammenhänge von Systemgrößen.

Die Generierung des Vektorprozesses der Knotenleistungen erfolgt auf der Basis eines Komponentenmodells. Determinierte Signalanteile werden durch Fourierreihen nachgebildet. Der verbleibende stochastische Restprozess der Knotenleistungen wird durch einen Vektor-Autoregressiven Prozess modelliert.

Ein wesentliches Modellmerkmal ist die Möglichkeit der Generierung von Vektorzeitreihen mit erwartungstreuer Varianz-Kovarianzmatrix. Das Grundproblem der derzeitigen Netzplanung einer in der Regel nur sehr unvollständigen Messdatenbasis konnte damit gelöst werden. Die Idee zur Bildung einer mit Erwartungswerten besetzten Kovarianzmatrix konnte im Schrifttum nicht nachgewiesen werden und stellt deshalb eine wissenschaftliche Neuheit dar. Die sich aus dem Verfahren ergebenden Möglichkeiten zur Prozessmodellierung bei fragmentarischen Datensätzen sind ggf. nicht nur für den energietechnischen Bereich von Interesse.

Im Rahmen experimenteller Untersuchungen an einem physikalisch realen Modellnetz wurde die relative Modellgenauigkeit des Lastmodells im Rahmen der Netzberechnung ermittelt und das entwickelte Modell plausibilisiert. Die gewonnenen Ergebnisse sprechen für eine adäquate Modellgenauigkeit. Insbesondere konnte gezeigt werden, dass die Verwendung von erwartungstreuen Kovarianzmatrizen im Rahmen der PLF vergleichsweise gute Ergebnisse liefert.

Ein herausragendes Ergebnis der experimentellen Untersuchungen ist der Nachweis einer sehr hohen Sensitivität von Ringverbindern in Ringnetzen oder vermaschten Netzen gegenüber Abweichungen im Kovarianzverhalten zwischen Knotenleistungen. Die Messergebnisse sprechen für die Notwendigkeit einer möglichst exakten Modellierung des Kreuzkovarianzverhaltens von Knotenleistungsprozessen und damit für die Relevanz des vorgestellten Verfahrens.

## 8 Formelverzeichnis

A	Wärmeleitwert, Koeffizientenmatrix
C	Wärmekapazität
D	räumlicher Abstand
E	Erwartungswert
f	Wahrscheinlichkeitsdichte
F	Fourierfrequenz
g	Gewichtsfunktion
G	Gütefunktion, Genauigkeit
h	Lag
H	harmonische Zeitfunktion, Häufigkeitsverteilung
I	Einheitsmatrix, Stromeffektivwert
K	Anzahl extrahierter harmonischer Signalanteile
p	Ordnungszahl eines VAR-Prozesses (Anzahl der berücksichtigten Lags)
P	Wirkleistung, Wahrscheinlichkeitsverteilung
Q	Blindleistung
S	Scheinleistung, Spektralabweichung
t	Zeit
T	Zeitintervall
U	Spannungseffektivwert
x	Zufallsprozess
y	Knotenadmittanzmatrix, stochastischer Prozess
$\varepsilon$	Rauschprozess
$\lambda$	Eigenwertvektor
$\varphi$	Phasenwinkel
$\varpi$	Kreisfrequenz
$\Gamma$	Kovarianz, Kovarianzmatrix
$\tau$	thermische Zeitkonstante
$\vartheta$	Temperatur

## 9 Liste der verwendeten Abkürzungen

ARMA-Prozess	Autoregressiver Moving Average Prozess
AR-Prozess	Autoregressiver Prozess
AVR	Automatic Voltage Regulator
CA	Contingency Approach
CSD	Cross Spectral Density, Spektrale Kreuzleistungsdichte
EVU	Energieversorgungsunternehmen
FH-OOW	Fachhochschule Oldenburg/Ostfriesland/Wilhelmshaven
HVAR-Prozess	Harmonisch-Vektor-Autoregressiver Prozess
LFB	Lastflussberechnung
MSN	Mittespannungsnetz
NuK	Netz- und Kraftwerkssimulator des Labors für Elektrische Energieversorgung
PDF	Probability Density Function, Wahrscheinlichkeitsdichte
PLF	Probabilistische Lastflussberechnung
PSD	Power Spectral Density, Spektrale (Auto-) Leistungsdichte
UW	Umspannwerk
VAR-Prozess	Vektor-Autoregressiver Prozess
WEA	Windenergieanlage

## 10 Literaturverzeichnis

- [1] Thermische Bemessung von Netzstationen, Elektrizitätswirtschaft Jahrgang 2003, Heft 23
- [2] Schlittgen Streitberg, Zeitreihenanalyse, R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1999, ISBN 3-486-24982-7
- [3] Prof. Dr. Klaus Neusser, Multivariate Zeitreihenanalyse, Unterlagen zur Vorlesung 2002, Universität Bern
- [4] Prof. Dr. Uwe Hassler, Skript Multivariate Zeitreihenanalyse, Goethe-Universität Frankfurt
- [5] SGIPT - Gesellschaft für Allgemeine und Integrative Psychotherapie – Deutschland, Internet Publikation 2004
- [6] Becker/Dreyer/Haake/Nabert, Numerische Mathematik für Ingenieure, B.G. Teubner, Stuttgart 1985
- [7] DIN Norm 57536, Belastbarkeit von Öltransformatoren [VDE-Richtlinie]
- [8] H.G. Beyer, Kopplung größerer Photovoltaik und Windenergiesysteme mit elektrischen Netzen, Forschungsbericht 0329057B, C. v. Ossietzky Universität Oldenburg, 1994
- [9] Klaus Neusser, Zeitreihenanalyse, Springer 2005
- [10] Hosemann (Hrsg.) Elektrische Energietechnik, Band 3: Netze
- [11] Tenbohlen/Schäfer/Matthes, Beurteilung der Überlastbarkeit von Öltransformatoren mit Online Monitoringsystemen, Elektrizitätswirtschaft, Jahrgang 99 (2000), Heft 1-2
- [12] Rolf R. Cichowski, Systematische Netzplanung, VWEV-Verlag, VDE-Verlag GmbH
- [13] J.F. Dopazo, O.A. Klitin, A.W. Sasson: Stochastic Load Flows, IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 94, No. 2 (1975)
- [14] Pösel, E.: Wesen und Möglichkeiten der Monte-Carlo-Methode, Elektrie 28 (1974) 382 – 385
- [15] Sauer, P.W.: A Generalized Stochastic Power Flow Algorithm, Ph. D. Thesis Purdue University, West LaFayette, Indiana 1977
- [16] Chiang, J.Y.; Breipohl, A.M.; Lee, F.N.; Adapa, R.: Probabilistic Load Variation Modeling for Estimating the Variance of Annual Production Cost, IEEE Power Engineering Review, Vol. 18, Number 8, August 1998



- 
- [17] Dopazo, J.F.; Klitin, O.A.; Sasson, A.M.: Stochastic Load Flows, IEEE Trans. Power Appar. Syst. PAS-94 (1975) 299 – 309
  - [18] Sobierajski, M.: A Method of Stochastic Load Flow Calculation, Archiv für Elektrotechnik 60 (1978), 37 – 40
  - [19] Kinsner, K.; Serwin, A.; Sobierajski, M.: Practical Aspects of Stochastic Load Flow Calculations, Archiv für Elektrotechnik, 60 (1978), 283 – 288
  - [20] Borkowska, B.: Probabilistic Load Flow, IEEE Trans. PAS-93 (1974) 752 - 759
  - [21] Allan, R.N.; Borkowska, B.; Grigg, C.H.: Probabilistic Analysis of Power Flows, Proc. IEE 121 (1974) 1551 – 1556
  - [22] Allan, R.N.; Grigg, C.H.; Al-Shakarchi, M.R.G.: Numerical Techniques in Probabilistic Load Flow Problems, Int. J. Numer. Methods Eng. 10 (1976) 853 – 860
  - [23] Allan, R.N.; Al-Shakarchi, M.R.G.: Probabilistic A.C. Load Flow, Proc. IEE 123 (1976) 853 – 860
  - [24] Allan, R.N.; Al-Shakarchi, M.R.G.: Probabilistic Techniques in A.C. Load Flow Analysis, Proc. IEE 124 (1977) 154 – 160
  - [25] Allan, R.N.; Grigg, C.H.; Newey, D.A.; Simmons, R.F.: Probabilistic Power Flower Techniques Extended and Applied to Operational Decision Making, Proc. IEE 123 (1976) 1317 – 1324
  - [26] Allan, R.N.; Al-Shakarchi, M.R.G.: Linear Dependence Between Nodal Powers in Probabilistic A.C. Load Flow., Proc. IEE 124 (1977) 529 – 534
  - [27] Jottrand, G.E.: Probabilistic Load Flow, CIGRE Session 1978, Paper 31-04
  - [28] König, D.: Lastflussberechnung in Hochspannungsnetzen mit wahrscheinlichkeitsverteilten Eingangsdaten. Aus: Jahresbericht 1977 des Instituts für Elektrische Anlagen und Energiewirtschaft der Rheinisch-Westf. Technischen Hochschule Aachen
  - [29] R.N. Allan, A.M. Leite da Silva, R.C. Burchett: Evaluation Methods and Accuracy in Probabilistic Load Flow Solutions, IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-100, No. 5, May 1981
  - [30] N.D. Hatziaergyriou, T.S. Karakasanis, M. Papadopoulos: Probabilistic Load Flow in Distribution Systems Containing Dispersed Wind Power Generation, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, No. 1; February 1993

- 
- [31] N.D Hatziargyriou, T.S. Karakatsanis: Probabilistic Constrained Load Flow for Optimizing Generator Reactive Power Resources. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 15, No. 2. May 2000
  - [32] G.A.N Mbamalu, M.E. El-Hawary, Ferial El-Hawary: A Comparison of Probabilistic Power Flow with Deterministic Based Solutions, Electric Machines and Power Systems, 24: 511 - 520, 1996
  - [32] G.A.N Mbamalu, M M.E. El-Hawary, Ferial El-Hawary: A Pseudo-Inverse-Based Probabilistic Power Flow Approach, Electric Machines and Power Systems, 23: 107 - 118, 1995
  - [33] P. Caramia, G. Carpinelli, P. Varilone, P. Verde: Probabilistic three-phase load flow, Electrical Power & Energy Systems, Volume 22 (1999), 55 – 69
  - [34] Jeeng-Min Ling, Chin-E.Lin, Ching-Lien Huang: Investigation of fuzzy real power flow modeling with probabilistic-heuristic based information, Electric Power Systems Research 32 (1995), 175 - 186
  - [35] V. Diedrichs, Bestimmung von Bilanz und Übertragungskapazität regionaler 110-kV-Verteilungsnetze bei Windenergienutzung, Elektrizitätswirtschaft, Jg. 99 (2000), Heft 10
  - [36] Diedrichs, V., Wieben, E., Probabilistic Power Flow Analysis, Fourth International Workshop on Large-Scale Integration of Wind Power and Transmission Networks for Offshore Wind Farms, 2003, Billund, Denmark
  - [37] Wieben, E., Probabilistische Lastflussrechnung – Methoden, Potentiale und eine F&E-Schwerpunktanalyse, Diplomarbeit 2002
  - [38] G. Celli, S. Mocci, F. Pilo, R. Cicoria, Probabilistic Optimization of MV Distribution Network in Presence of Distributed Generation, 14<sup>th</sup> PSCC, Sevilla, 24-28 June 2002
  - [39] Pösel, E.: Wesen und Möglichkeiten der Monte-Carlo-Methode. Elektrie 28 (1974) 382 – 385
  - [40] Sauer, P. W.: A Generalized Stochastic Power Flow Algorithm. Ph. D. Thesis, Purdue University, West LaFayette, Indiana 1977
  - [41] EPRI Developing Probabilistic Load Flow Program for Transmission Planning Under Open Access, Ankündigung von EPRI, Januar 2006
  - [42] Chun-Lien Su, Probabilistic Load-Flow Computation Using Point Estimate Method, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 20, No. 4. November 2005

- [43] Aleksandar Dimitrovski, Kevin Tomsovic, Boundary Load Flow Solutions, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 19, No. 1. February 2004
- [44] Pei Zhang, Stephen T. Lee, Probabilistic Load Flow Computation Using the Method of Combined Cumulants and Gram-Charlier Expansion, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 19, No. 1. February 2004
- [45] Handschin, Edmund: Elektrische Energieübertragungssysteme. Hüthig Verlag, Heidelberg 1983, ISBN 3-7785-0952-7
- [46] Diedrichs, Volker, Modeling and Generation of Wind Time Series for Probabilistic Power Flow Analysis, <http://www.fh-oow.de/fbi/we/ee/fue/fue.htm>
- [47] M. Shinozuka, Simulation of Multivariate and Multidimensional Random Process, The Journal of the Acoustical Society of America, Volume 49, Number 1 (Part 2), 1971, p. 357-376
- [48] Diedrichs, Volker, Expansion of Contingency- to Probabilistic Power Flow Analysis, <http://www.fh-oow.de/fbi/we/ee/fue/fue.htm>
- [49] Diedrichs, Volker, Methodology of Probabilistic Power Flow Analysis based on Random Processes, <http://www.fh-oow.de/fbi/we/ee/fue/fue.htm>
- [50] Diedrichs, Volker, Application Potential of Probabilistic Power Flow Analysis, <http://www.fh-oow.de/fbi/we/ee/fue/fue.htm>
- [51] Wieben, Enno, Synthesewerkzeuge für Szenarien zur Integration von Windleistung in regionale Netze, <http://www.fh-oow.de/fbi/we/ee/fue/fue.htm>

## Anhang A Konvergenzverhalten erwartungstreu besetzter Matrizen

### A.1 Rauschprozess mit Rauschprozess

Funktionsgleichungen der beiden Zeitfunktionen:

$$x(t) = \varepsilon_t \quad (\text{A.1.1})$$

$$y(t) = \frac{1}{2}x(t) + \varepsilon_t \quad (\text{A.1.2})$$

Resultierende Kreuzkorrelationsfunktion:

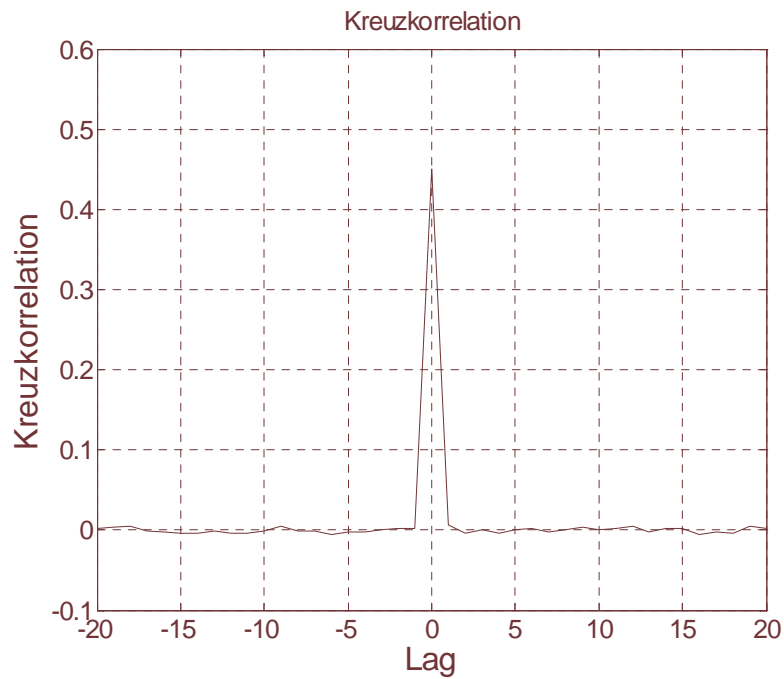


Abb. A-1-1 Kreuzkorrelationsfunktion der beiden Zeitfunktionen

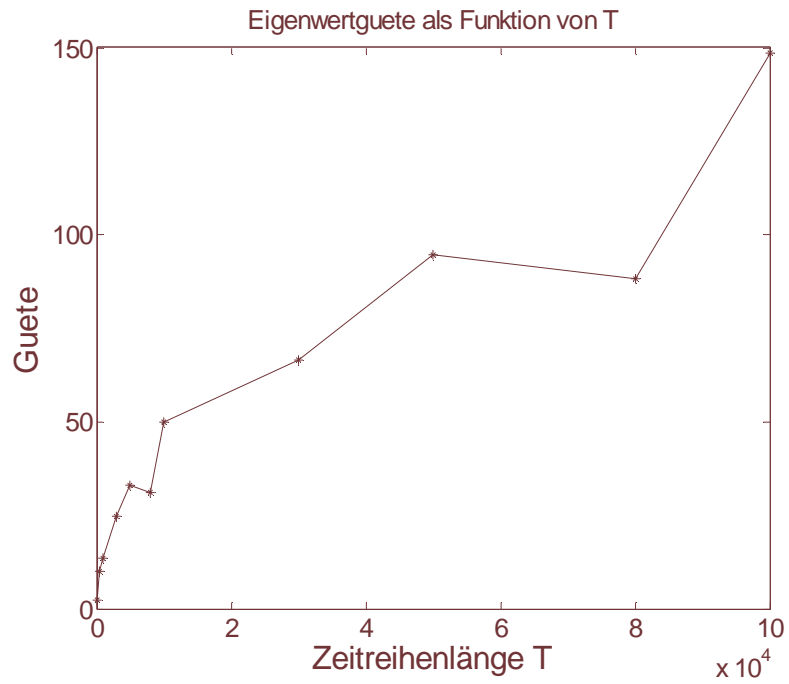


Abb. A-1-2 Güte der Eigenwerte der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T

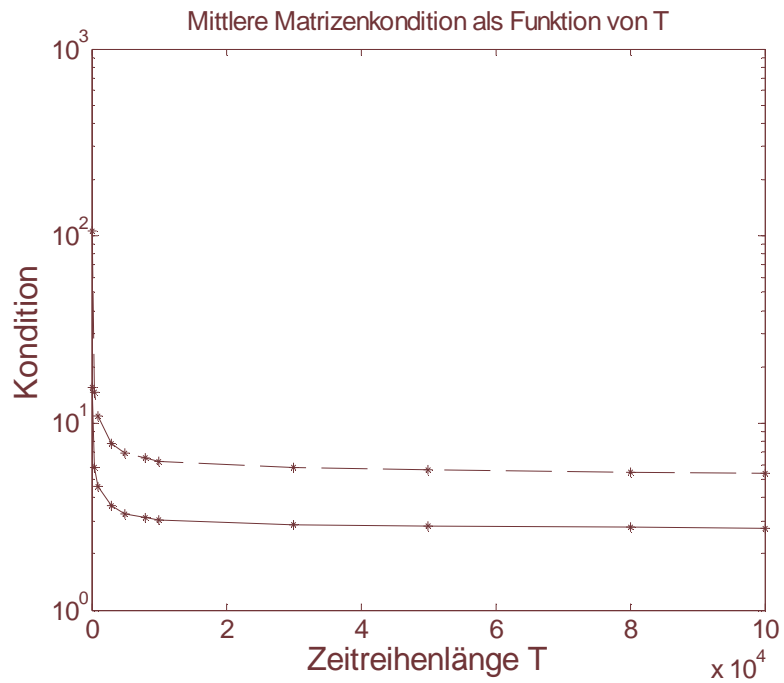


Abb. A-1-3 Erwartungswert der Kondition der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T. Durchgezogene Linie: Originalmatrizen, gestrichelte Linie: erweiterte Matrizen

## A.2 Verrauschte Sinusfunktion mit Rauschprozess

Funktionsgleichungen der beiden Zeitfunktionen:

$$x(t) = \sin(\omega t) \cdot \varepsilon_t \quad (\text{A.2.1})$$

$$y(t) = x(t) + \varepsilon_t \quad (\text{A.2.2})$$

Resultierende Kreuzkorrelationsfunktion:

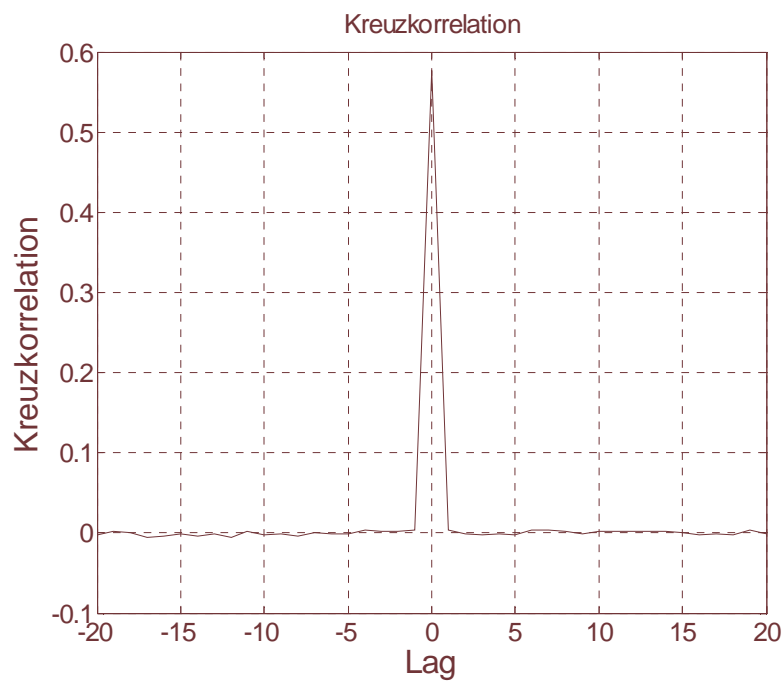


Abb. A-2-1 Kreuzkorrelationsfunktion der beiden Zeitfunktionen

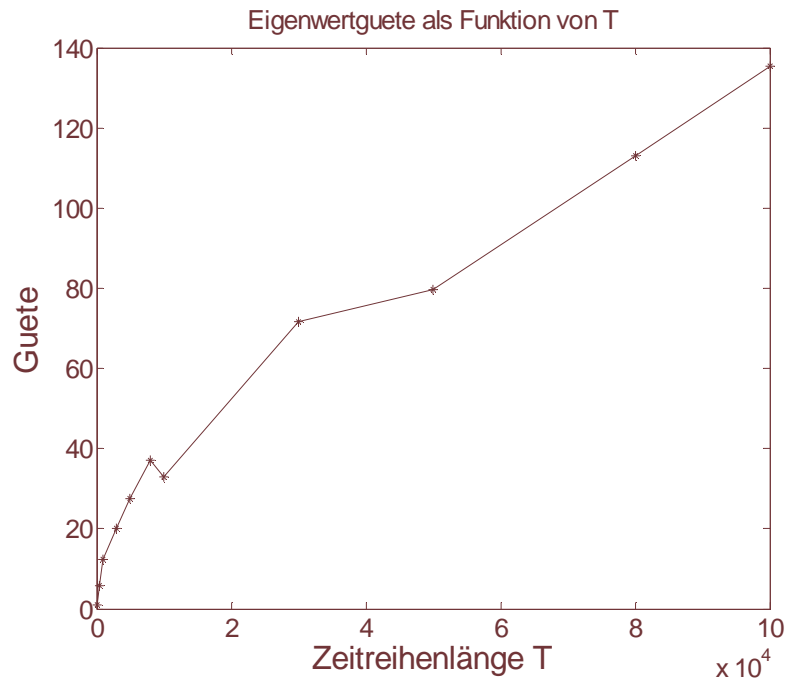


Abb. A-2-2 Güte der Eigenwerte der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T

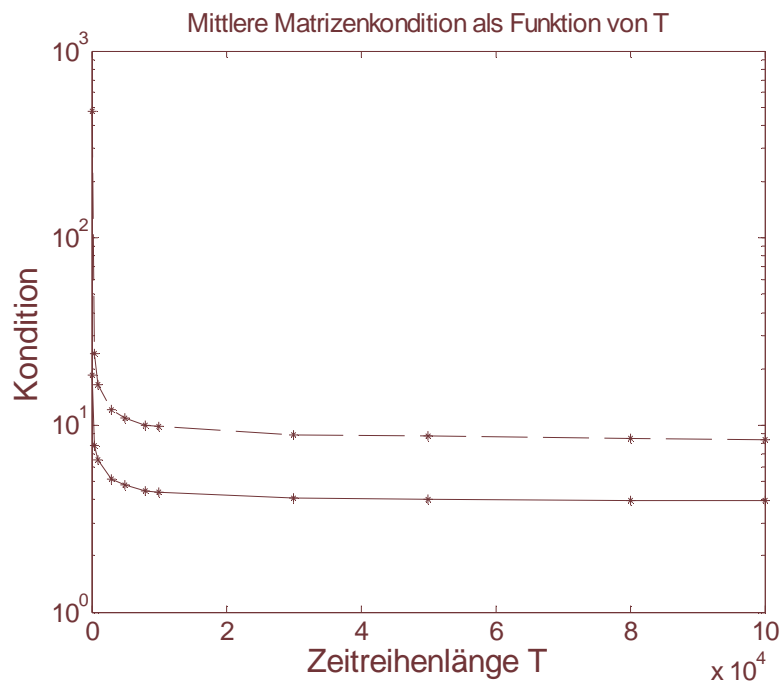


Abb. A-2-3 Erwartungswert der Kondition der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T. Durchgezogene Linie: Originalmatrizen, gestrichelte Linie: erweiterte Matrizen

### A.3 Verrauschte Sinusfunktion mit Verrauschter Sinus-Cosinus-Funktion

Funktionsgleichungen der beiden Zeitfunktionen:

$$x(t) = \sin(\varpi t) + \varepsilon_t \quad (\text{A.3.1})$$

$$y(t) = \frac{1}{2} \cos(\varpi t) + 0.3 \sin(\varpi t) + \varepsilon_t \quad (\text{A.3.2})$$

Resultierende Kreuzkorrelationsfunktion:

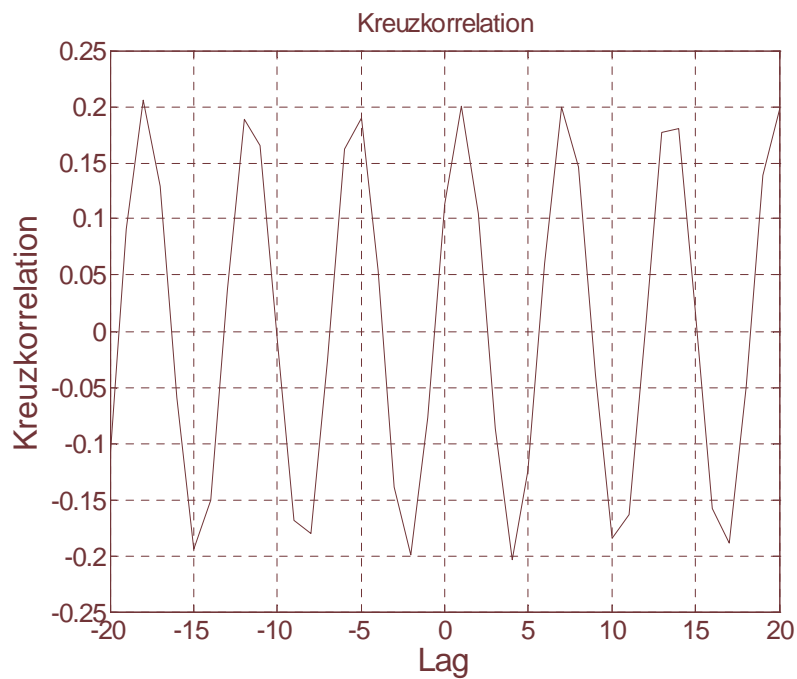


Abb. A-3-1 Kreuzkorrelationsfunktion der beiden Zeitfunktionen



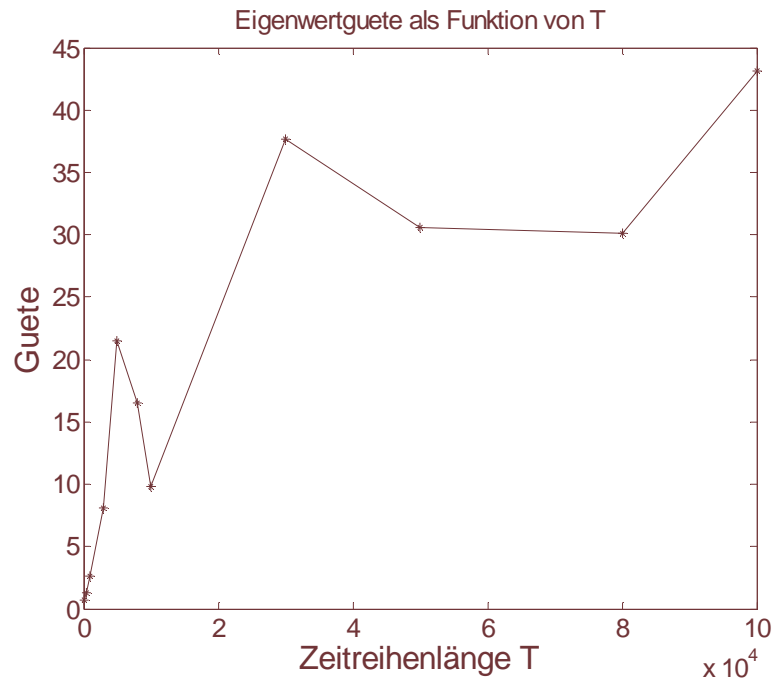


Abb. A-3-2 Güte der Eigenwerte der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T

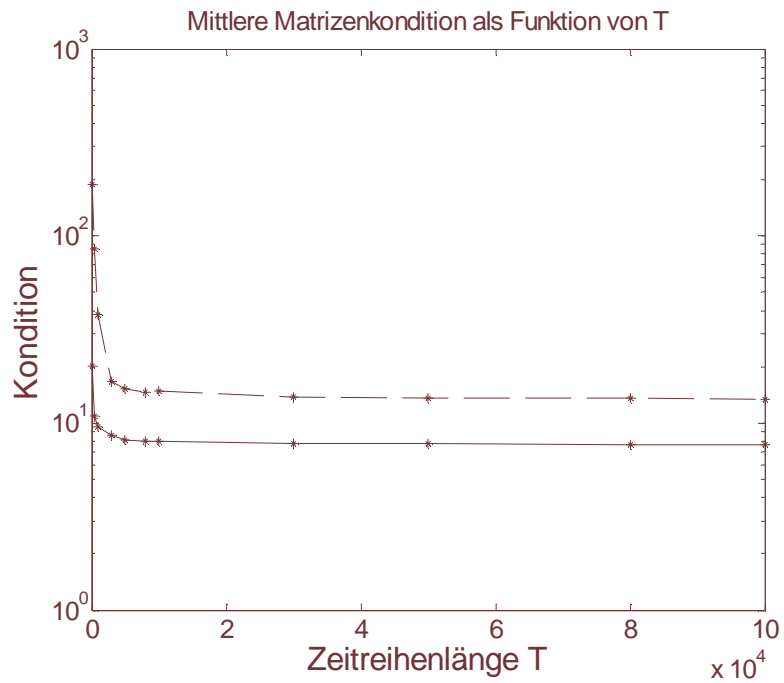


Abb. A-3-3 Erwartungswert der Kondition der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T. Durchgezogene Linie: Originalmatrizen, gestrichelte Linie: erweiterte Matrizen

#### A.4 Unkorrelierte AR-Prozesse

Funktionsgleichungen der beiden Zeitfunktionen:

$$x(t) = 0.5 + 0.2a_{t-1} + 0.1a_{t-2} + \varepsilon_t \quad (\text{A.4.1})$$

$$y(t) = 0.5 + 0.2a_{t-1} + 0.1a_{t-2} + \varepsilon_t \quad (\text{A.4.2})$$

Resultierende Kreuzkorrelationsfunktion:

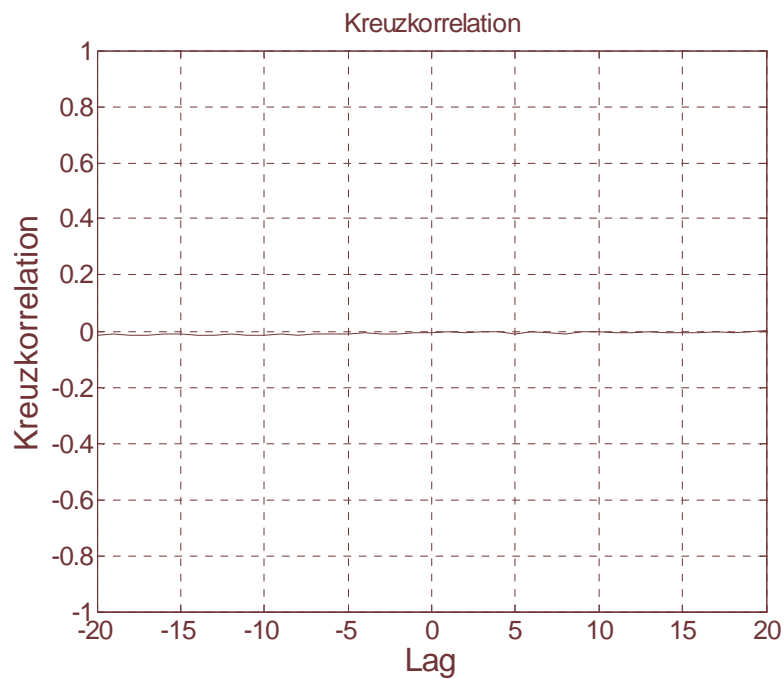


Abb. A-4-1 Kreuzkorrelationsfunktion der beiden Zeitfunktionen

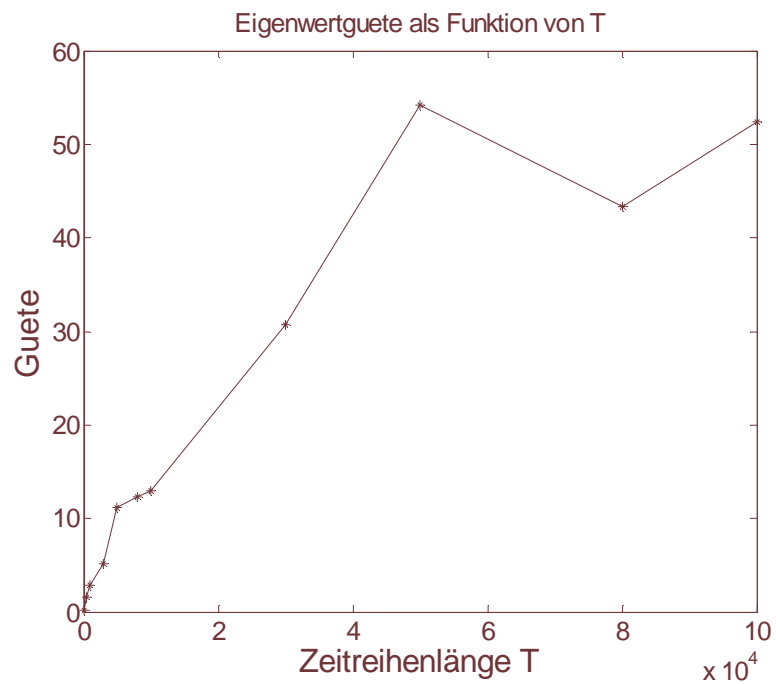


Abb. A-4-2 Güte der Eigenwerte der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T

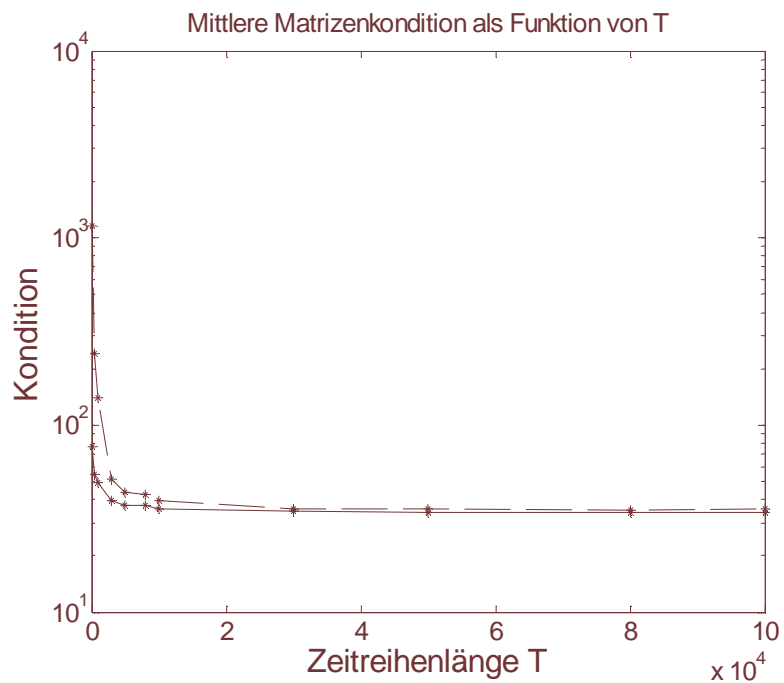


Abb. A-4-3 Erwartungswert der Kondition der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T. Durchgezogene Linie: Originalmatrizen, gestrichelte Linie: erweiterte Matrizen

### A.5 AR-Prozesse mit überlagerter Sinusfunktion

Funktionsgleichungen der beiden Zeitfunktionen:

$$x(t) = 0.5 + 0.2a_{t-1} + 0.1a_{t-2} + \varepsilon_t + \sin(\varpi t) \quad (\text{A.5.1})$$

$$y(t) = 0.5 + 0.2a_{t-1} + 0.1a_{t-2} + \varepsilon_t + \sin(\varpi t) \quad (\text{A.5.2})$$

Resultierende Kreuzkorrelationsfunktion:

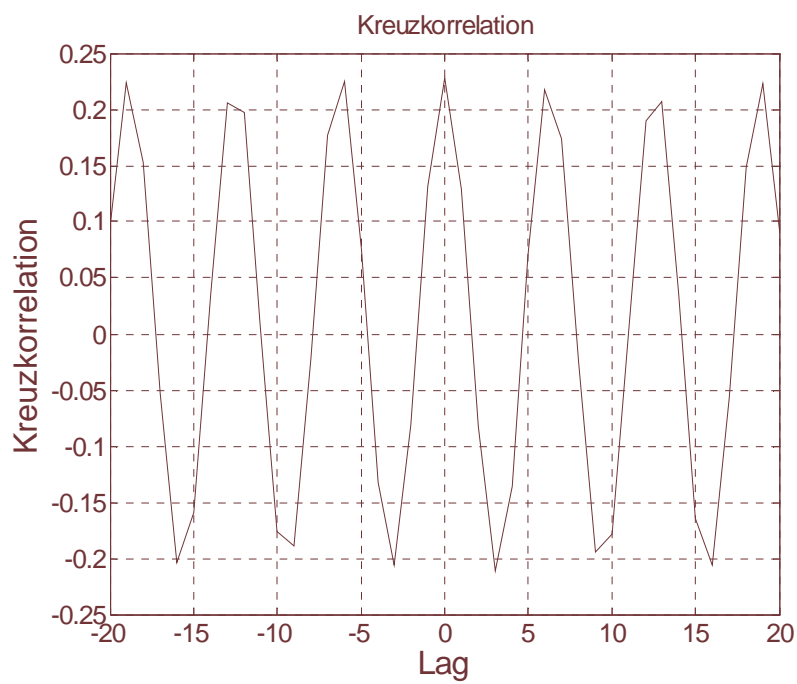


Abb. A-5-1 Kreuzkorrelationsfunktion der beiden Zeitfunktionen

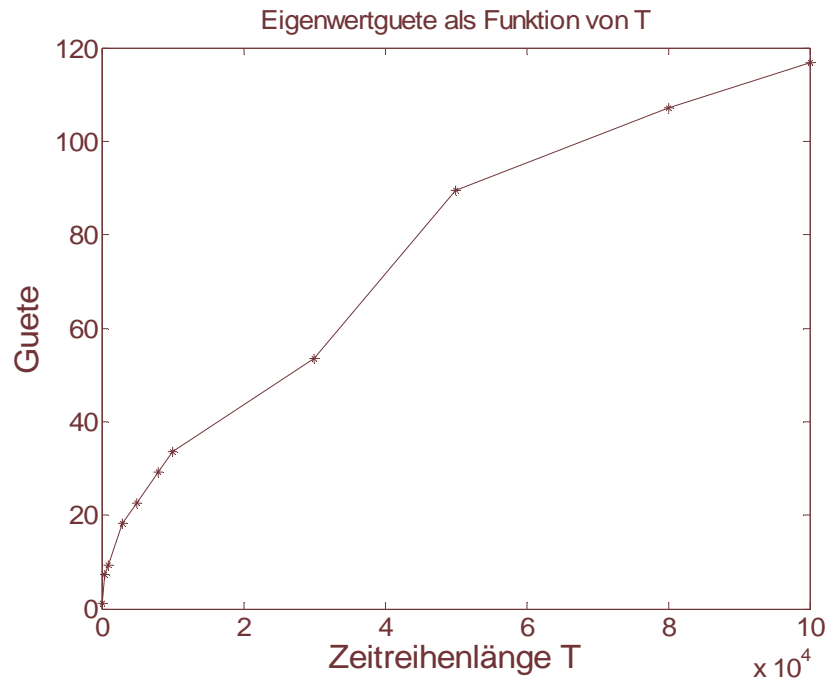


Abb. A-5-2 Güte der Eigenwerte der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T

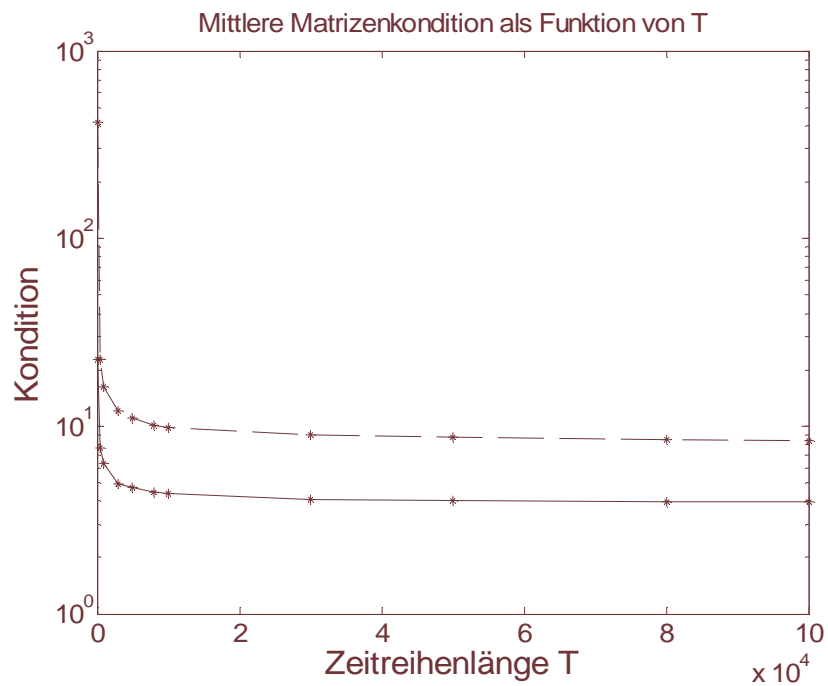


Abb. A-5-3 Erwartungswert der Kondition der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T. Durchgezogene Linie: Originalmatrizen, gestrichelte Linie: erweiterte Matrizen

## A.6 AR-Prozesse mit überlagerter Sinus- und Cosinusfunktion

Funktionsgleichungen der beiden Zeitfunktionen:

$$x(t) = 0.5 + 0.2a_{t-1} + 0.1a_{t-2} + \varepsilon_t + \sin(\varpi t) \quad (\text{A.6.1})$$

$$y(t) = 0.5 + 0.2a_{t-1} + 0.1a_{t-2} + \varepsilon_t + \cos(\varpi t) \quad (\text{A.6.2})$$

Resultierende Kreuzkorrelationsfunktion:

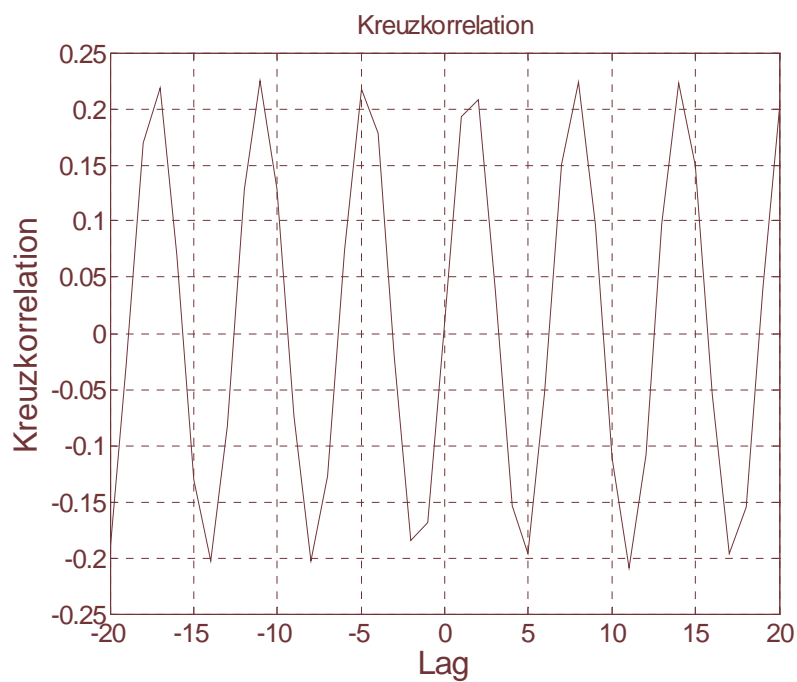


Abb. A-6-1 Kreuzkorrelationsfunktion der beiden Zeitfunktionen

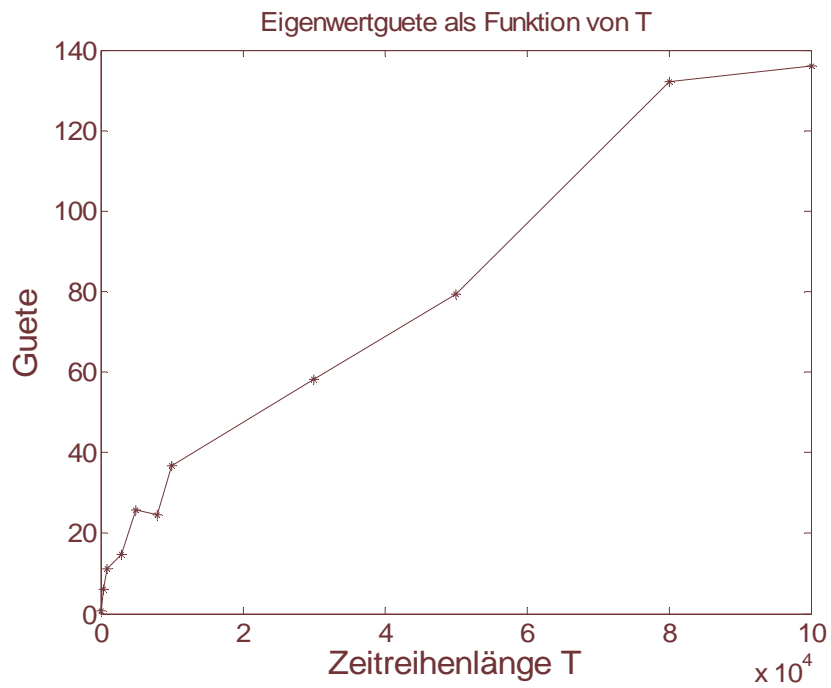


Abb. A-6-2 Güte der Eigenwerte der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T

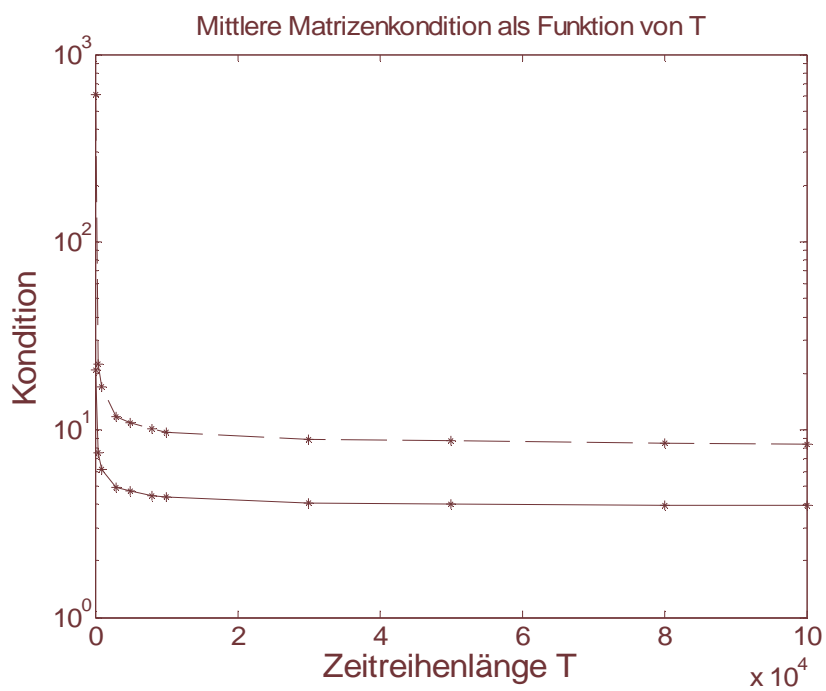


Abb. A-6-3 Erwartungswert der Kondition der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T. Durchgezogene Linie: Originalmatrizen, gestrichelte Linie: erweiterte Matrizen

## A.7 Restsignale gemessener Wirkleistungszeitreihen

Für dieses Beispiel wurden die Restsignale der gemessenen Wirkleistungszeitreihen von acht Mittelspannungsnetzen zugrunde gelegt.

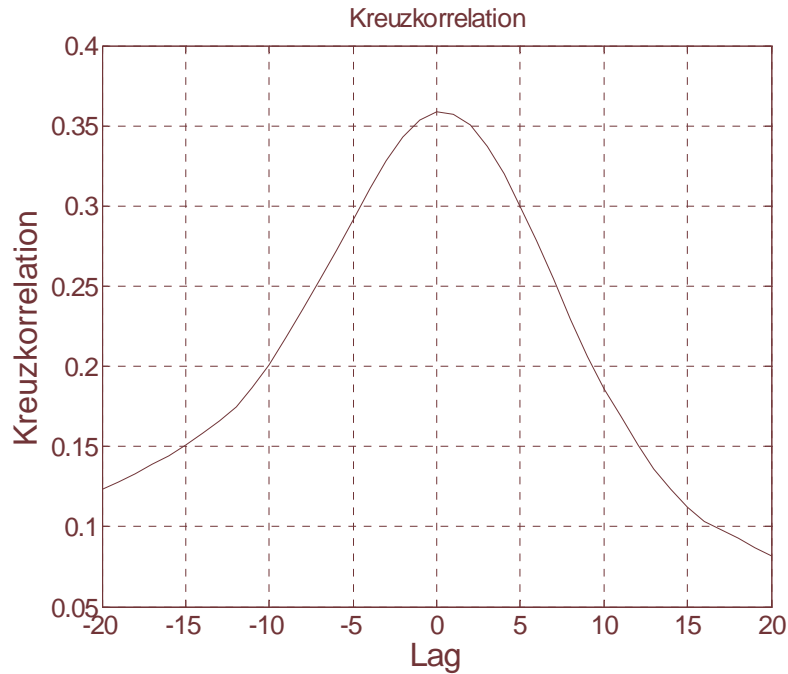


Abb. A-7-1 Kreuzkorrelationsfunktion zwischen 2 der 8 Zeitfunktionen

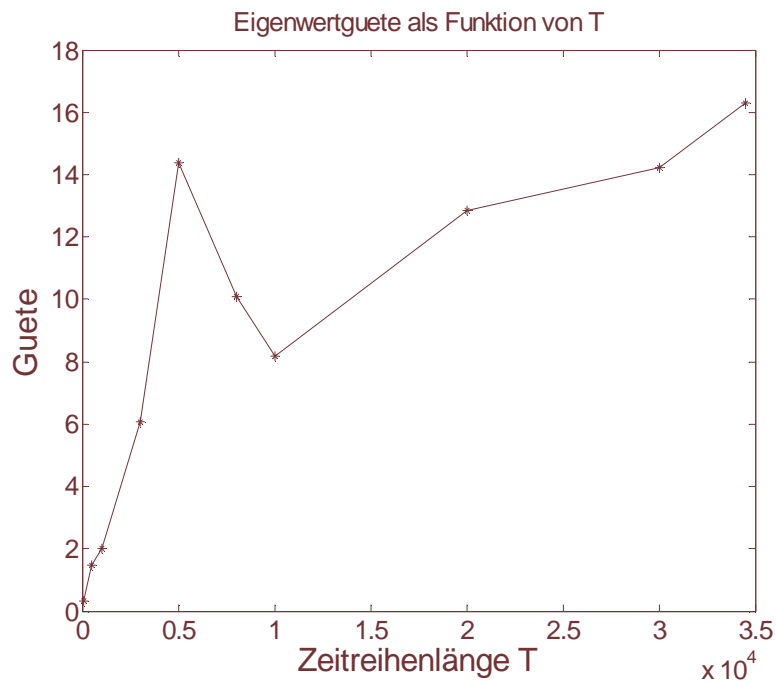


Abb. A-7-2 Güte der Eigenwerte der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T



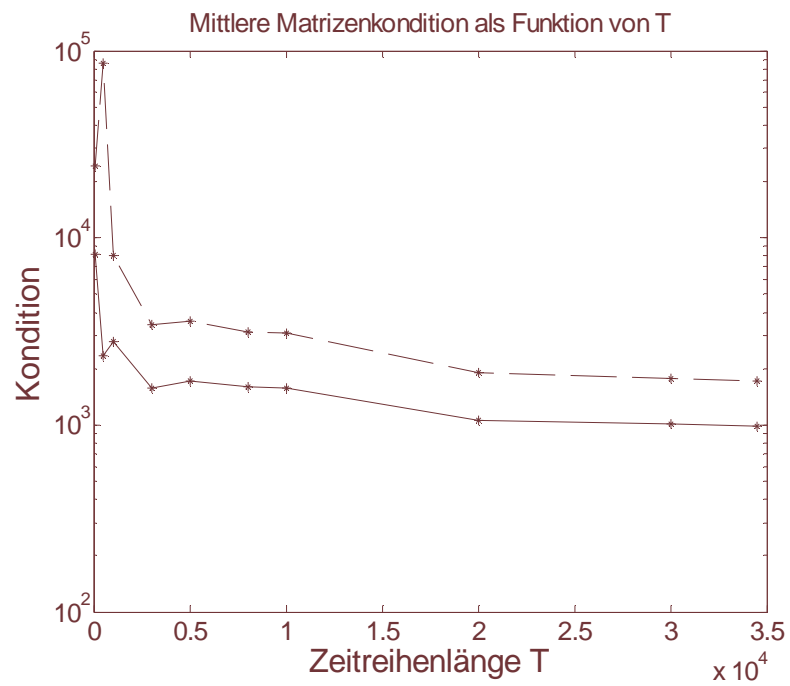


Abb. A-7-3 Erwartungswert der Kondition der 29 Prozessrealisierungen als Funktion der Zeitreihenlänge T. Durchgezogene Linie: Originalmatrizen, gestrichelte Linie: erweiterte Matrizen

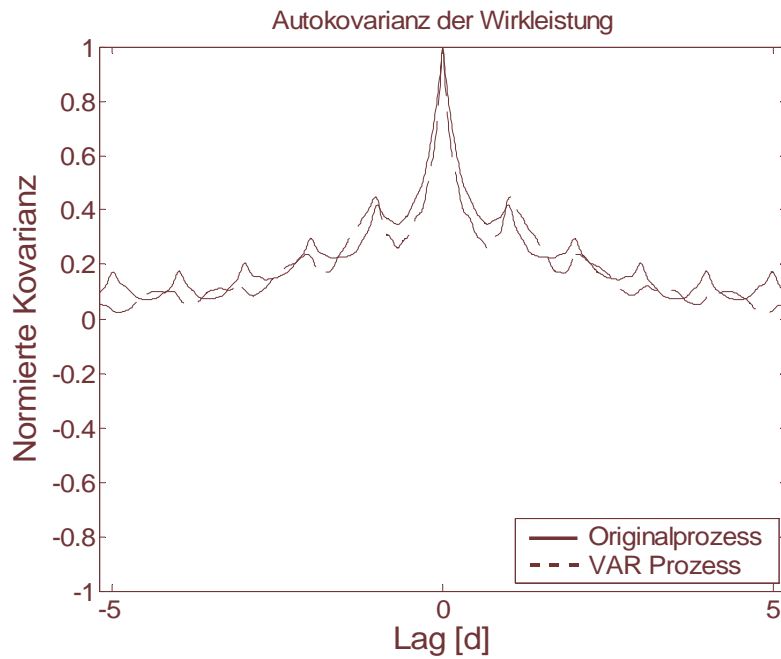
**Anhang B    Approximationsgüte des VAR-Modells zur Restsignalnachbildung**

Abb. B-1 Autokovarianzfunktion eines Zeitverlaufes des Restsignals der Wirkleistung

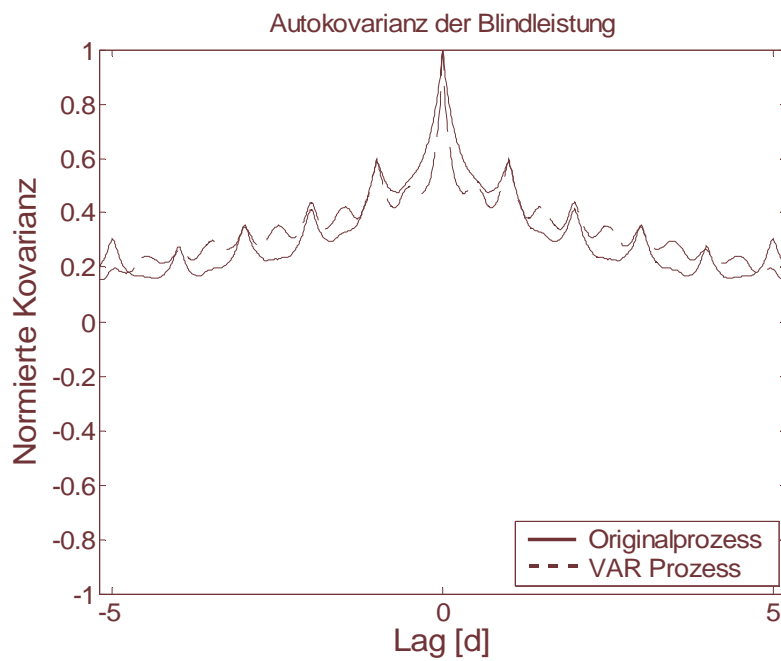


Abb. B-2 Autokovarianzfunktion eines Zeitverlaufes des Restsignals der Blindleistung

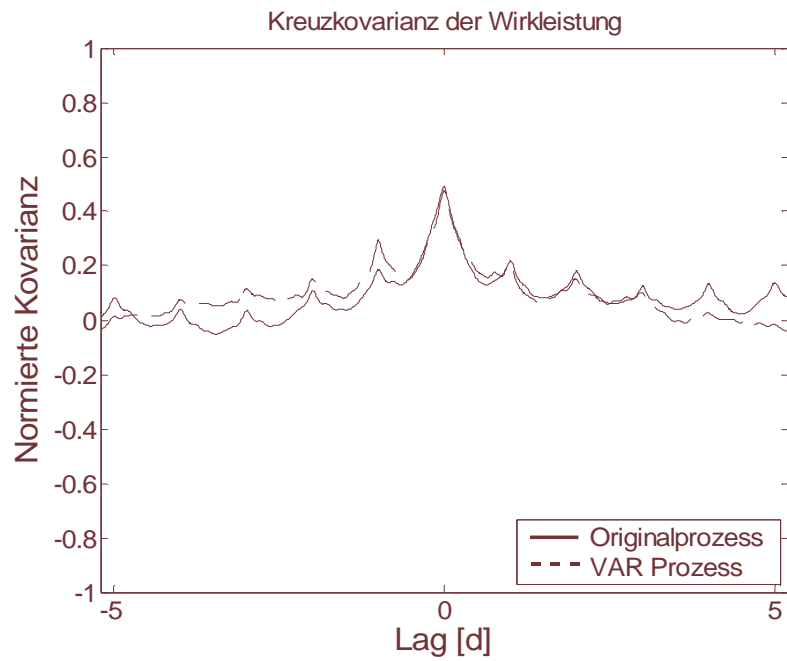


Abb. B-3 Kreuzkovarianzfunktion zwischen zwei Zeitverläufen der Restsignale der Wirkleistung

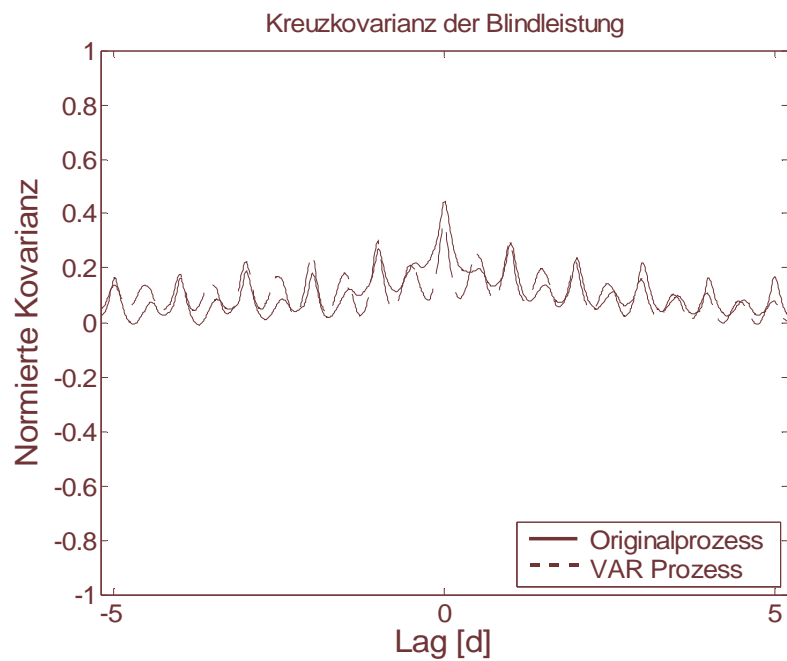


Abb. B-4 Kreuzkovarianzfunktion zwischen zwei Zeitverläufen der Restsignale der Blindleistung

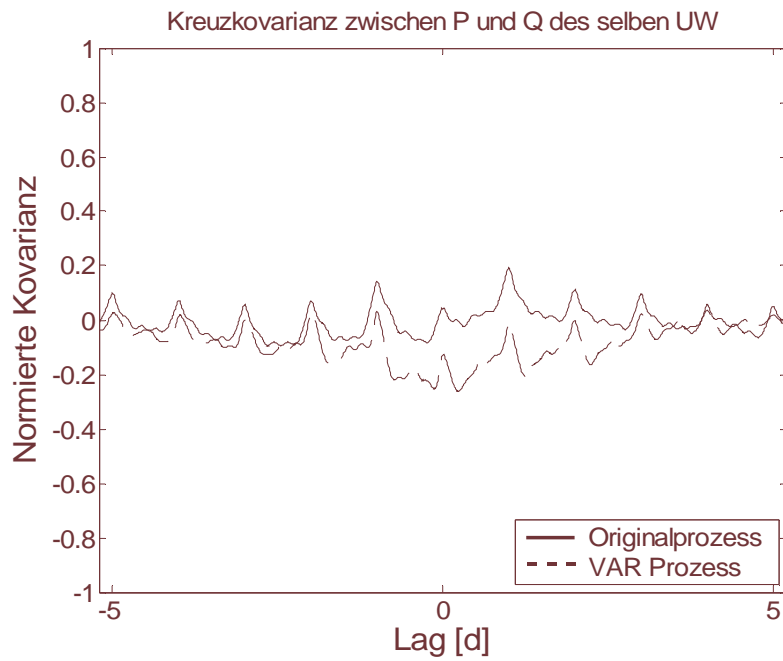


Abb. B-5 Kreuzkovarianzfunktion zwischen den Zeitverläufen der Restsignale der Wirk –und Blindleistung desselben Mittelspannungsnetzes

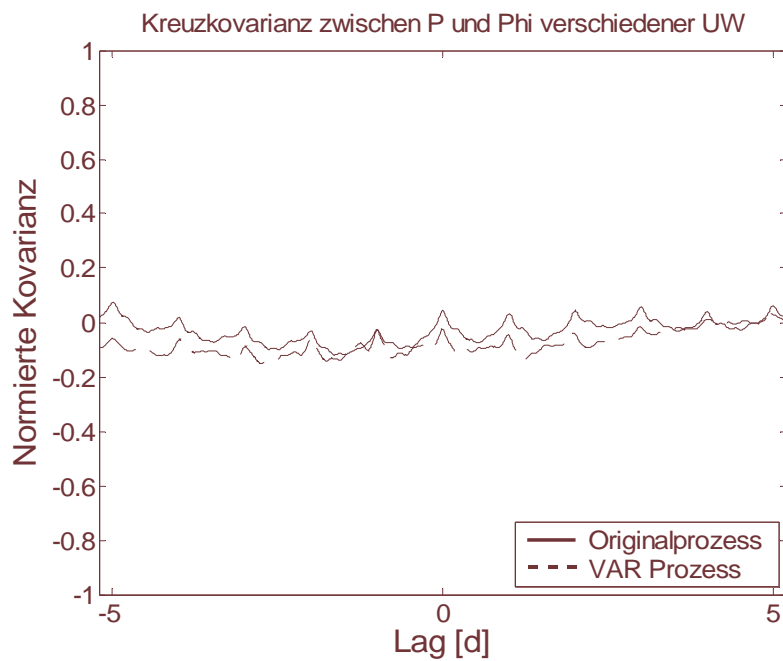


Abb. B-6 Kreuzkovarianzfunktion zwischen den Zeitverläufen der Restsignale der Wirk –und Blindleistung verschiedener Mittelspannungsnetzes

Darstellung im Frequenzbereich:

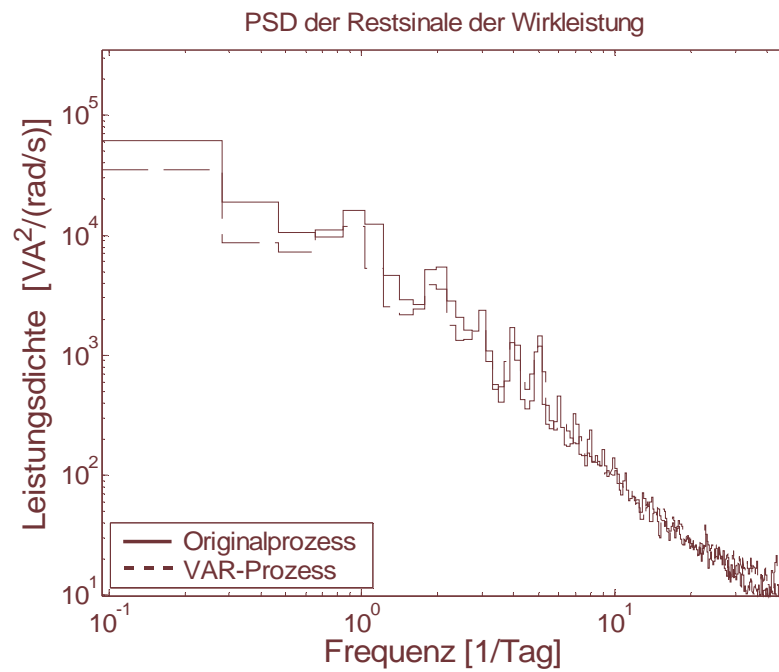


Abb. B-7 Spektrale Leistungsdichte der Restsignale des gemessenen und des synthetisierten Wirkleistungssignals eines Mittelspannungsnetzes.

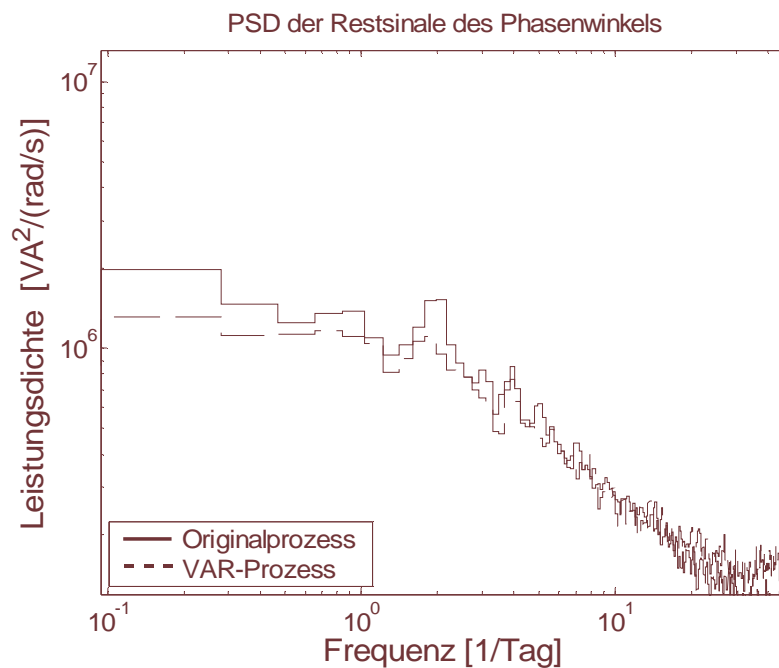


Abb. B-8 Spektrale Leistungsdichte der Restsignale des gemessenen und des synthetisierten Phasenwinkelsignals eines Mittelspannungsnetzes.

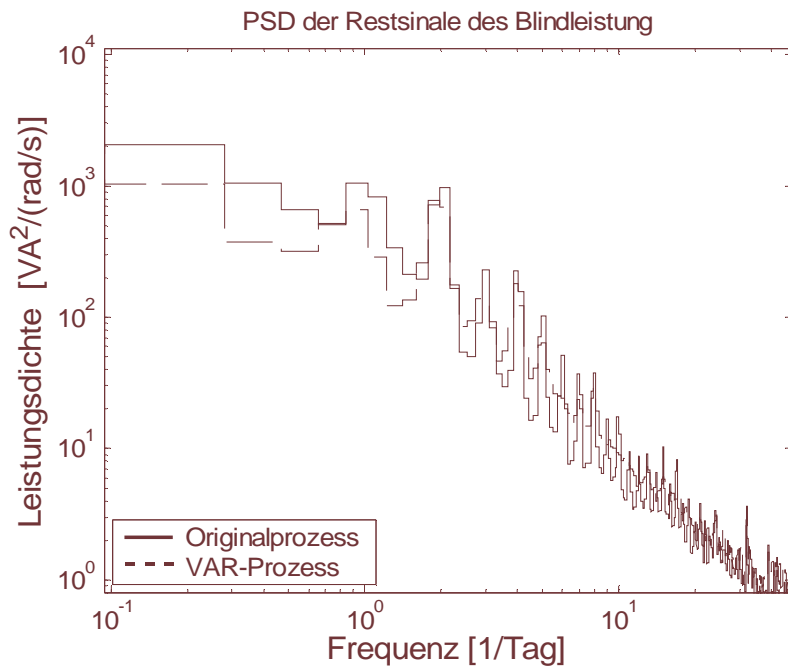


Abb. B-9 Spektrale Leistungsdichte der Restsignale des gemessenen und des synthetisierten Blindleistungssignals eines Mittelspannungsnetzes.

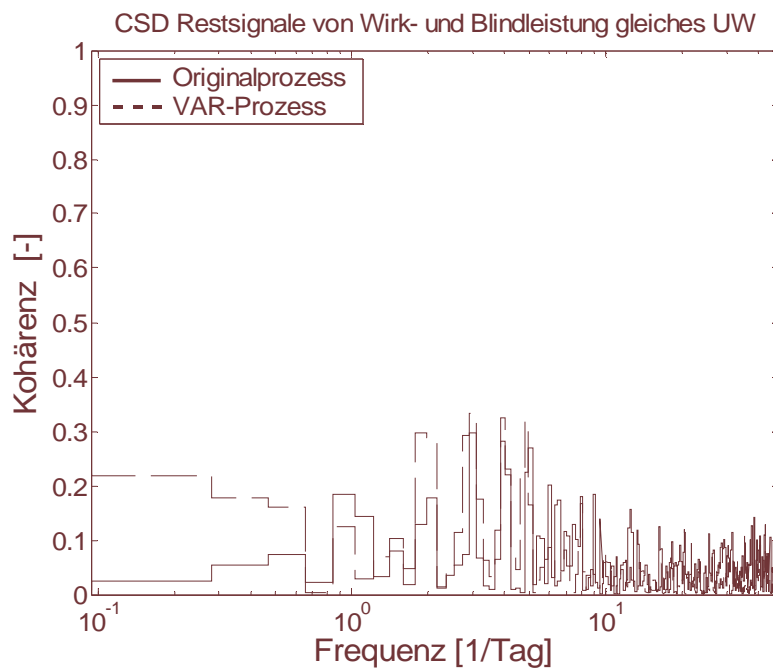


Abb. B-10 Kohärenzfunktion der Restsignale von Wirkleistung und Blindleistung des gleichen Mittelspannungsnetzes.

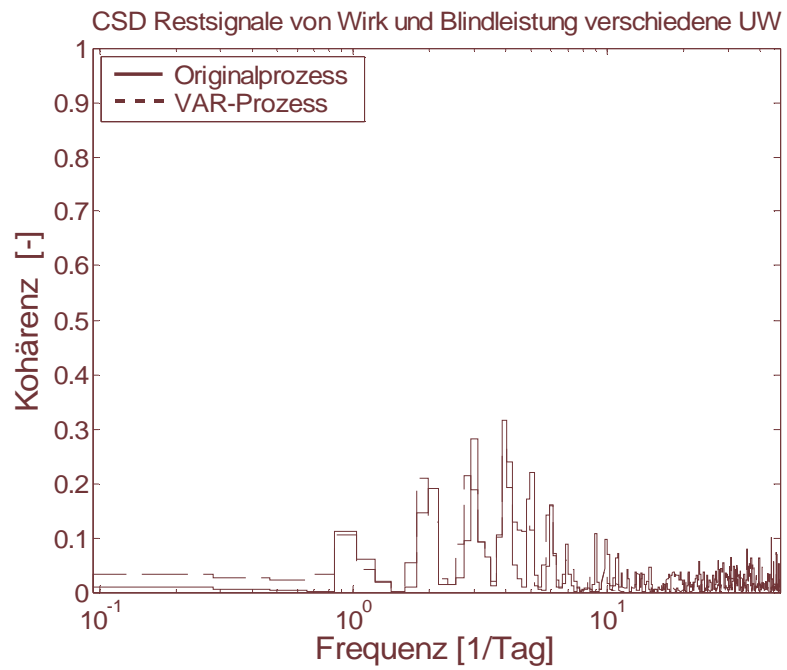


Abb. B-11 Kohärenzfunktion der Restsignale von Wirkleistung und Blindleistung unterschiedlicher Mittelspannungsnetzes.

## Anhang C Approximationsgüte des vollständigen HVAR-Modells

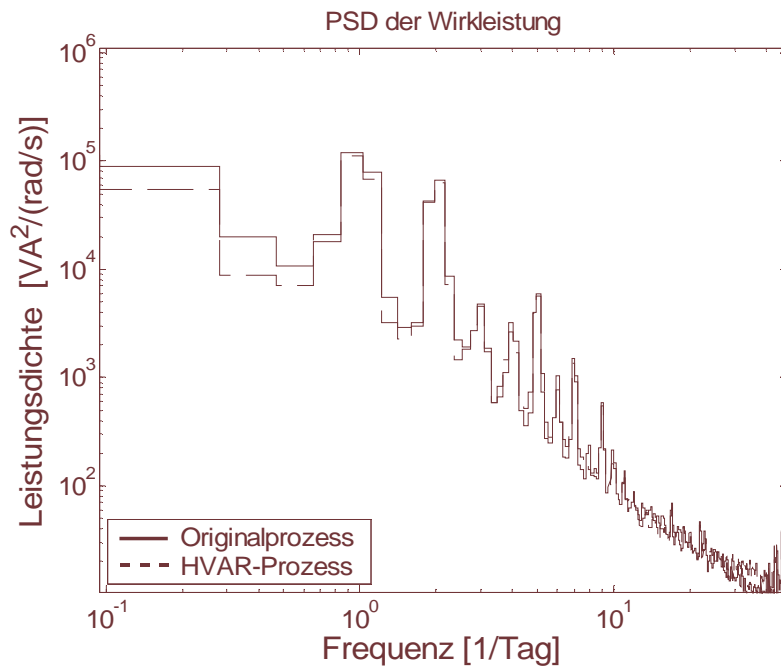


Abb. C-1 Spektrale Leistungsdichte des gemessenen und des synthetisierten Wirkleistungssignals eines Mittelspannungsnetzes.

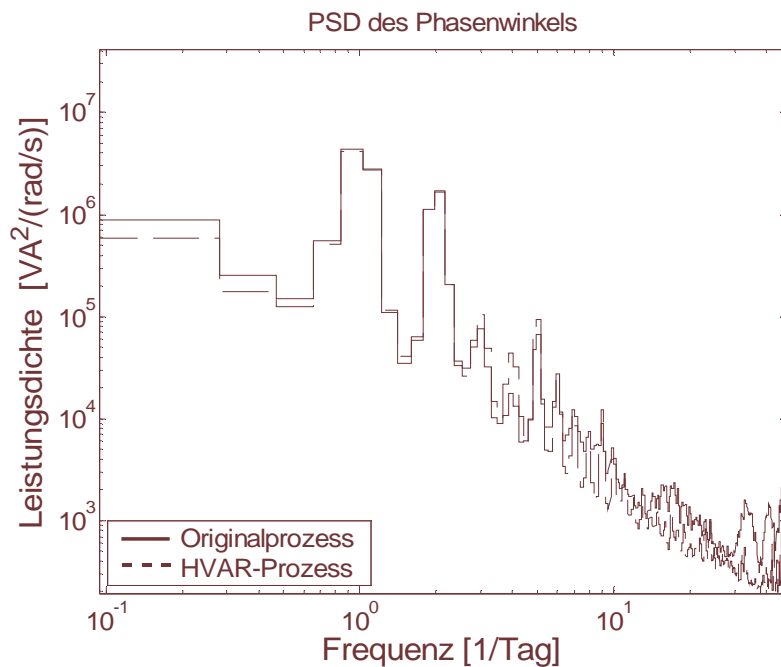


Abb. C-2 Spektrale Leistungsdichte des gemessenen und des synthetisierten Phasenwinkelsignals eines Mittelspannungsnetzes.



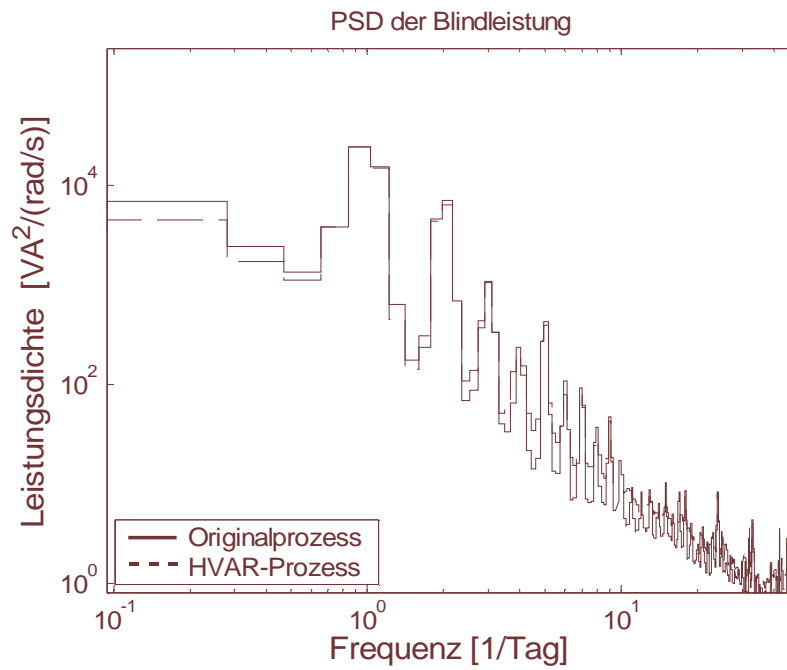


Abb. C-3 Spektrale Leistungsdichte des gemessenen und des synthetisierten Blindleistungssignals eines Mittelspannungsnetzes.

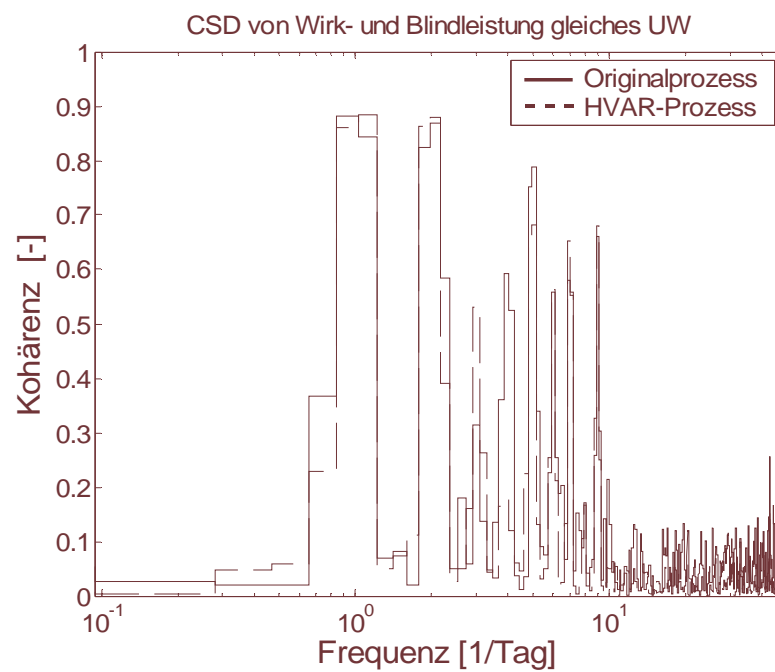


Abb. C-4 Kohärenzfunktion zwischen Wirkleistungs- und Blindleistungssignal des gleichen Mittelspannungsnetzes

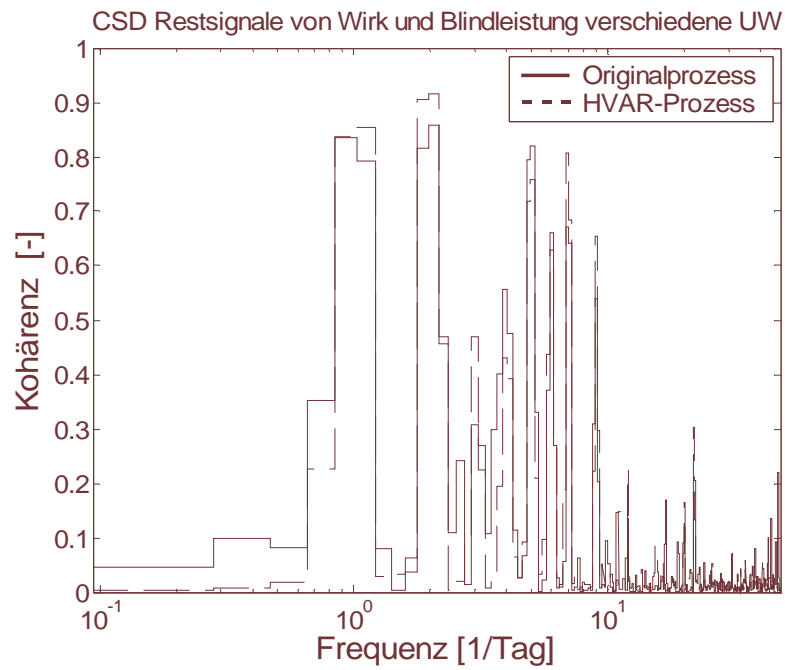


Abb. C-5 Kohärenzfunktion zwischen Wirkleistungs- und Blindleistungssignal verschiedener Mittelspannungsnetze

## Lebenslauf

### Persönliche Daten

Name, Vorname: Wieben, Enno  
Geburtsdatum/ -ort: 17. Oktober 1972, Sande  
Familienstand: ledig

### Schulausbildung

1979 - 1983 Grundschole Heidmühle  
1983 - 1985 Orientierungsstufe Schortens  
1985 - 1989 Realschole Schortens  
1989 - 1992 Technisches Gymnasium Wilhelmshaven  
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

### Wehrdienst

1992 - 1993 FlaRakGruppe 41 Wangerland  
Eingesetzt als Elektrogeräteomechaniker

### Studium

Sep. 1993 – Nov. 1997 Fachhochschule Wilhelmshaven  
Elektrotechnik mit dem Schwerpunkt Energieversorgung  
Okt. 2000 – Apr. 2002 Technische Universität Clausthal  
Ergänzungsstudiengang Energiesystemtechnik

### Beruflicher Werdegang

Dez. 1997 – Jan. 2007 Mitarbeiter im Labor für Elektrische Energieversorgung  
der Fachhochschule OOW, Standort Wilhelmshaven.

davon Dez. 97 – Dez. 98 Mitarbeit im AGIP geförderten F&E Projekt  
‚Kleinkraftwerke und Großverbraucher in  
leistungsbegrenzten Netzen‘  
davon Jan. 99 – Jan. 01 Mitarbeit im Forschungsschwerpunkt  
‚Energieversorgung mit dezentralen  
Kleinkraftwerken in leistungsbegrenzten  
Versorgungsnetzen‘  
davon Feb. 01 – Jan. 07 Mitarbeit im Assistentenprogramm der  
niedersächsischen Fachhochschulen  
(Promotionsförderung)  
davon Aug. 04 – Jan. 07 Mitarbeit im Projekt EWE-DEMS (Dezentrales  
Energiemanagementsystem der EWE AG)

Seit Feb. 2007 Mitarbeiter der EWE-NETZ GmbH im Bereich der  
Netzplanung.